

Resume

This work explores the problem of developing the professional skills of the future modern mathematics teachers.

Özet

Bu çalışma gelecekte modern matematik öğretmenlerinin mesleki beceri geliştirme sorunu araştırıyor.

УДК 681.5

Н.Р. Юппичева,

к.т.наук,

Институт проблем информатики и управления МОН РК

Р.Р. Юппичева,

магистрант,

КазНУ им. Аль-Фараби

Алматы/Казахстан

Математические методы построения систем управления многомерными объектами с интервальными данными

Аннотация. Для построения эффективных систем управления могут быть использованы метод интервального анализа. Решение задачи параметрического синтеза для многомерных интеллектуальных систем управления объектами с неточными данными осуществлено с помощью метода параметрической идентификации [2] и методов интервального анализа. Для задачи параметрического синтеза систем для многомерных объектов разработан вычислительный алгоритм.

Ключевые слова: интервальные методы, системы управления, интервальная матрица, параметрический синтез, многомерный объект.

Для решения задач анализа и синтеза, исследования качественных показателей интеллектуальных систем управления используются интервальные и нечеткие методы [1].

Применение данных методов обусловлено тем, что неточности данных в параметрах объекта управления или, иными словами, неопределенности имеют нестатистический характер.

Как уже неоднократно отмечалось, под термином «интервальные» или «нечеткие» в данном контексте будем понимать, как неопределенность в задании параметров объектов управления, так и суждения и действия человека или природы, чьи действия характеризуются высокой степенью неопределенности.

Также, при управлении различными техническими объектами и технологическими процессами необходимым является обеспечение в реальном масштабе времени расчета и оптимизации режима, который гарантированно будет принадлежать области допустимых режимов и будет реализуем системами автоматического управления.

Для реальных сложных систем характерно наличие одновременно разнородной информации:

1. точечных замеров и значений параметров;

2. допустимых интервалов их изменения;
3. статистических законов распределения для отдельных величин;
4. лингвистических критериев и ограничений, полученных от специалистов-экспертов и т.д.

Наличие в сложной системе управления одновременно различных видов неопределенности делает необходимым использование для принятия решений теории нечетких множеств, которая позволяет адекватно учесть имеющиеся виды неопределенности.

Наличие неопределенности может быть учтено непосредственно в моделях соответствующего типа с представлением недетерминированных параметров как случайных величин с известными вероятностными характеристиками; как нечетких величин с заданными функциями принадлежности или как интервальных величин с фиксированными интервалами изменения и нахождения решения задачи с помощью методов стохастического, нечеткого или интервального программирования.

Постановка задачи.

Предположим, что математическая модель многомерного неопределенного объекта управления выглядит следующим образом:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad (1)$$

где $\dot{X}(t)$ - n -мерный вектор состояний, $U(t)$ - m -мерный вектор управляющих действий, A, B - интервально-заданные матрицы объекта управления.

Целью задачи синтеза будем считать определение интервальной матрицы K в уравнении обратной связи

$$U(t) = KX(t), \quad (2)$$

обеспечивающего получение желаемых динамических свойств в замкнутой системе управления представится в следующем виде:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BKX(t) = (A + BK)X(t) = DX(t), \quad (3)$$

где D - интервальная матрица замкнутой системы управления.

Интервальный характеристический полином замкнутой системы будет иметь вид:

$$[d(\bullet)] = \det(\bullet \cdot I - D) = \bullet^n + [d_1] \bullet^{n-1} + \dots + [d_n], \quad (4)$$

где $[d_i], i = \overline{1, n}$ - интервальные числа характеристического полинома.

Алгоритм решения поставленной задачи синтеза управления состоит из следующих шагов:

Этап 1:

Решение задачи параметрического синтеза для многомерного стационарного объекта управления, принадлежащего семейству (1).

Прежде чем непосредственно перейти к решению поставленной задачи синтеза, из семейства математических моделей (1) выделим математическую модель с фиксированными значениями элементов матриц A и B , т.е. математическую модель следующего вида:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad (5)$$

где A и B - константные матрицы. Для модели вида (5) уравнение обратной связи представится следующим образом:

$$U(t) = KX(t), \quad (6)$$

где K – матрица настраиваемых параметров, определение которой будет отвечать решению задачи синтеза для стационарного объекта управления, осуществляемое по методике предложенной в [3].

Этап 2:

Решение задачи параметрического синтеза для многомерного объекта управления на основе метода общего параметра.

Найденную выше матрицу K в качестве начального приближения для решения задачи синтеза управления умножим первый столбец матрицы K на общий настраиваемый параметр β :

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} \bullet k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \bullet k_{m1} & \cdots & k_{mn} \end{pmatrix}$$

или

$$\bar{K} = K \begin{pmatrix} \bullet & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & I_{n-1} \end{pmatrix}$$

Вместо уравнения (2) запишем:

$$U(t) = \bar{K}X(t), \quad (7)$$

Характеристический полином замкнутой системы управления с учетом (7) запишется в следующем виде:

$$[\bar{d}(\bullet)] = \det(\bullet I - (A - B\bar{K})), \quad (8)$$

и должен быть равен желаемому характеристическому полиному (4). Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях λ выражений (9) и (4), получим систему линейных алгебраических интервальных уравнений для определения параметра β .

Рассмотрим i -ое уравнение полученной системы, которое имеет вид:

$$[P(\beta_i)] = \sum_{j=1}^n [q_{ij}][\beta_i][z_{ij}] + [u_{ij}] = [d_i], \quad (9)$$

где $[z_{ij}]$, $[u_{ij}]$, $[d_i]$ – интервальные величины, зависящие от элементов матриц A , B и K .

Путем формального раскрытия скобок и приведением подобных слагаемых получим выражение:

$$[\bar{P}(\bullet_i)] = \bullet_i [g_i] + [f_i]. \quad (10)$$

Согласно субдистрибутивному закону интервальной математики для заданного β имеем:

$$[P(\bullet_i)] \subseteq [\bar{P}(\bullet_i)], \quad (11)$$

$i = \overline{1, n}$. Параметр $\bullet_i = \bar{\bullet}_i$ будет найден из выражения:

$$[\bar{P}(\bar{\bullet}_i)] = \bar{\bullet}_i [g_i] + [f_i] = [d_i], \quad (12)$$

Найденное значение $\bullet_i = \bar{\bullet}_i$ подставляется в $[P(\beta_i)]$:

$$[P(\bullet_i)] \subseteq [\bar{P}(\bullet_i)] = [d_i], \quad (13)$$

Таким образом, полученные с учетом найденных $\bar{\beta}_i$ коэффициенты характеристического уравнения замкнутой системы будут включаться в коэффициенты желаемого характеристического уравнения. Система уравнений (13) в соответствии с алгоритмом синтеза преобразуется к виду:

$$\bar{\bullet}_i [g_i] - [f_i] = [H_i], \quad i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Возможность такого преобразования определяется с помощью операции размещения суммированием [4].

Решение полученной системы (14) дает следующая теорема: Действительный параметр $\bar{\bullet}_i, i = \overline{1, n}$ является решением невырожденной системы линейных алгебраических уравнений тогда и только тогда, когда он представляет собой решение системы уравнений:

$$\bar{\bullet}_i m(g_i) = m(H_i), \quad i = \overline{1, n} \quad (15)$$

и удовлетворяет ограничениям:

$$\bar{\bullet}_i s(g_i) = s(H_i), \quad (16)$$

где $m(g_i), m(H_i)$ - центры интервальных чисел $[g_i], [H_i]$, $s(g_i), s(H_i)$ - длины интервальных чисел $[g_i], [H_i]$.

Из найденной по условию (16) последовательности параметров $\bar{\bullet}_i, i = \overline{1, n}$ выбираем минимальное значение настраиваемого параметра $\bullet_{min}$.

Таким образом, задача параметрического синтеза интервального многомерного стационарного объекта решена на основе применения общего настраиваемого параметра. Это, в свою очередь, позволило уменьшить вычислительные сложности при решении задачи синтеза управления.

Литература

- 1 Жолан Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. - М.: Институт компьютерных исследований. 2007: 467с.
- 2 Ashimov A.A., Syzdykov D.Zh. Identification by the common parameter method: Reference book on the theory of automatic control / Edited by Krasovskiy A.A. - M.: Science, 1987. - P.263-271.
- 3 Sambandan A., Chandrasekharan P. Eigenvector assignment output feedback. - Int.J.Contr., 1981. Vol.34, N.6. - P.12-16.
- 4 Khlebalin N.A. Modal Control of Plants with Uncertain Interval Parameters, in: Proc. Intern. Workshop «Control System Synthesis: Theory and Application». - Novosibirsk, 1991. - P. 168-173.

Түйін

Мақалада көпөлшемді зерделі жүйелерді параметрлік синтездеу мақсатында параметрлік идентификациялау мен интервальдық талдау әдістері арқылы орындалады. Осы әдістердің іске асыру мақсатында есептеу алгоритмі құрылған.

Özet

Verilen makalede, tam olmayan verilerin sahip nesneler çok değişkenli entellektüel kontrol sistemleri ile ilgili verilerin sentez görev karar parametresi tanımlanması ve analiz aralığı yöntemleri bir yöntem yardımı ile gerçekleştirilir. Bilgisayar algoritması geliştirilmiştir.

Resume

In given article the decision of parametrical synthesis task for multivariate intellectual control systems of objects with the inexact data is carried out with the help of a method of parameter identification and the interval analysis methods. The computing algorithm is developed.