ПЕДАГОГИКА ЖӘНЕ ОҚЫТУ ӘДІСТЕРІ

PEDAGOGY AND TEACHING METHODS

ҒТАМР 27.03.02

Dzh.T. Kayinbaev[1], N.B. Ualikhan[2]
[1,2]Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

БІЛІМ АЛУШЫЛАРДЫ ТӨРТБҰРЫШТАРҒА (ТРАПЕЦИЯДАН БАСҚА) БАЙЛАНЫСТЫ КҮРДЕЛІ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУГЕ ҮЙРЕТУ ӘДІСТЕМЕСІ

Аңдатпа. Жалпы табиғатта болсын, күнделікті өмірде болсын, ғылым мен техникада болсын үшбұрыштарға қарағанда төртбұрыштар немесе үшбұрыш пішіндес нәрселерге қарағанда төртбұрыш пішіндес нәрселер көп кездеседі. Сондықтанда бүгін жалпы білім беретін орта мектеп парталарында, студенттік аудиторияда отырған білім алушылар бұл мәселелер жайлы математикадан функционалды сауатты болу үшін терең білім алулары керек. Ал бұл жағдайлардың іс жүзіне асуына үлкен көмек болатын мәселе – ол аталған материалдардың көзге көрінетін, көрінбейтін қасиеттерін, ерекшеліктерін байқауға, талдауға, меңгеруге итермелейтін күрделі есептерді шешуді үйрену болып табылады. Күрделі есептерді шешу біздің байқауымызша білім алушылардың аталған мәселелер жайлы практикалық біліктілігін ғана емес теориялық біліктілігін де жетілдіруге септігін тигізеді. Сол себепті, ұсынылған мақалада трапециялардан басқа төртбұрыштарға байланысты күрделі есептер мен оларды шешу жолдары талқыланады.

Түйін сөздер: Төртбұрыш, төртбұрыштың түрлері, параллелограмм, ромб, квадрат, тіктөртбұрыш және олардың түрлері, параллелограмның, ромбының, квадраттың, тіктөртбұрыштың қасиеттері, параллелограмның, ромбының, квадраттың, тіктөртбұрыштың элементтері, параллелограмның ромбының, квадраттың, тіктөртбұрыштың ауданын табу формулалары, Менелай теоремасы, Птоломей теоремасы, шеңберге іштей және сырттай сызылған параллелограмм,ромб, квадрат, тіктөртбұрыш және одан туындайтын жағдайлар.

***

Аннотация: В целом, будь то в природе, повседневной жизни, науке и технике, есть вещи, которые имеют форму четырехугольника больше, чем треугольники, или вещи, которые имеют форму треугольника. Поэтому обучающиеся, которые сегодня сидят за партами общеобразовательных школ, в студенческой аудитории, должны иметь глубокие знания по этим вопросам, чтобы быть функционально грамотными по математике. А проблема, которая очень помогает в практической реализации этих ситуаций, - это научиться решать сложные задачи, побуждающие к наблюдению, анализу, усвоению видимых, невидимых свойств, особенностей данных материалов. Решение сложных задач, по нашим наблюдениям, способствует повышению не только практической квалификации обучающихся по данным вопросам, но и теоретической. Поэтому в предлагаемой статье речь пойдет о сложных задачах и способах их решения, связанных с прямоугольниками, кроме трапеций.

Ключевые слова: Прямоугольник, виды прямоугольника, параллелограмм, ромб, квадрат, прямоугольник и их виды, свойства параллелограмма, ромба, квадрата, прямоугольника, элементы параллелограмма, ромба, квадрата, прямоугольника, формулы нахождения площади ромба, квадрата, прямоугольника параллелограмма, теорема Менелая, теорема Птолемея, параллелограмм, нарисованный на окружности изнутри и снаружи, ромб, квадрат, прямоугольник и вытекающие из него обстоятельства.

***

Annotation: In general, whether in nature, everyday life, science and technology, there are things that have the shape of a quadrilateral more than triangles, or things that have the shape of a triangle. Therefore, students who are currently sitting at the desks of secondary schools, in the student audience, must have in-depth knowledge of these issues in order to be functionally literate in mathematics. And the problem that helps a lot in the practical implementation of these situations is to learn how to solve complex problems that encourage observation, analysis, assimilation of visible, invisible properties, features of these materials. Solving complex problems, according to our observations, contributes to improving not only the practical qualifications of students on these issues, but also theoretical. Therefore, in the proposed article we will talk about complex problems and ways to solve them related to rectangles, except trapezoids.

Keywords: Rectangle, types of rectangle, parallelogram, rhombus, square, rectangle and their types, properties of parallelogram, rhombus, square, rectangle, elements of parallelogram, rhombus, square, rectangle, formulas for finding the area of rhombus, square, rectangle parallelogram, Menelaus'

theorem, Ptolemy's theorem, parallelogram drawn on a circle from the inside and outside, a rhombus, a square, a rectangle and the circumstances arising from it.

***

Жалпы орта білім беретін мектептерде жазықтықтағы геометриялық фигураларға байланысты теориялық және практикалық материалдар көптеген әдебиеттерде [2,7,8] бес топқа бөлініп қарастырылады. Олар,

1 Үшбұрыштар;
2 Төртбұрыштар және барлық төртбұрыштарға тән қасиеттер. Птолемей және Герон формулалары;
3 Трапеция;
4 Параллелограмм, ромб, тіктөртбұрыш, квадрат;
5 Шеңбер және дөңгелек.

Мұндай бөліністің негізіне не алынып отыр? Үшбұрыш пен шеңбер және дөңгелек түсінікті. Олардың анықтамалары да, қасиеттері де, тіпті формалары да бөлек. Ал, төртбұрыштар ше? Неге олар үш топқа бөлініп қарастырылады? Оның басты себебі, барлық дөңес төртбұрыштарға қатысты қасиеттер, формулалар бар. Олар, төртбұрыштардың ауданын табу формуласы, төртбұрыштарға іштей және сырттай шеңбер сызудың жағдайлары, төртбұрыштардың ішкі бұрыштарының қосындысы және т.б. Бұл жағдай жалпы дөңес төртбұрыштарға қатысты мәселелерді жеке қарастыру қажеттілігін негіздейді. Ал, неге дөңес төртбұрыштардың ішінен трапеция басқаларынан бөлек қарастырылады? Мұндағы басшылыққа алынған жағдай ол төртбұрыш қабырғаларының параллелдігі. Параллелограмм, ромб, тіктөртбұрыш, квадрат фигураларының ең басты ерекшелігі олардың қарама қарсы қабырғалары параллел. Ал трапецияның қарама қарсы екі қабырғасы параллел болғанымен, қалған қарама қарсы екі қабырғасы параллел емес. Дәл осы жағдай трапецияда, көптеген басқа төртбұрыштарда жоқ қасиеттердің пайда болуына алып келеді. Сол себепті осы жағдайлар трапецияны жеке қарасттыруға негіз болып тұр [7,8,10].

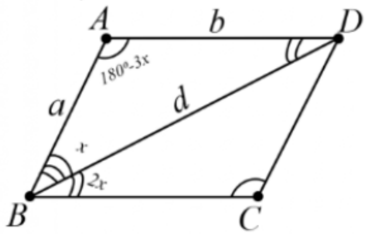
Жалпы, төртбұрыштар трапеция, параллелограмм, ромб, тіктөртбұрыш, квадратпен бітіп қалмайды. Төртбұрыштардың дельтоид, антипараллелограмм немесе контрпараллелограмм деп аталатын және құрылыстарда, архитектурада, сәулет өнерінде жиі кездесетін түрлері де бар.

Параллелограмм, ромб, тіктөртбұрыш, квадрат фигураларының диогонолдарына қатысты қасиеттерінің сипаттарын төменгі кестеден көруге болады деп ойлаймыз.

Төртбұрыштар	Диогонолдары қилысу нүктесінде қақ бөлінеді.	Диогонолдары өзара перпендикуляр.	Диогонолдары тең.	Диогонолдары бұрыштарды тең екі бөлікке бөледі.

Параллелограмм	Иә	Жоқ	Жоқ	Жоқ
Ромб	Иә	Иә	Жоқ	Иә
Тіктөртбұрыш	Иә	Жоқ	Иә	Жоқ
Квадрат	Иә	Иә	Иә	Иә

1. Параллелограм периметрінің оның үлкен диагоналіне қатынасы k, $k > 2$-ге тең. Егер үлкен диагональ параллелограмның бұрышын 1 : 2 қатынасында бөлетіні белгілі болса, параллелограммның бұрыштарын табыңыз.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$\frac{d_1}{d_2} = k$; т.к: ∠A, ∠B, ∠C, ∠D - ?

Шешуі: AC – берілген ABCD параллелограммның үлкен диагоналі.

∠CAD=α, ∠BAC=2α.

AD қабырғасының жалғасы ретінде CD кесіндісіне тең, DE кесіндісін жүргіземіз.

$$\angle AEC = \angle DCE = \frac{\angle ADC}{2} = \frac{180^{\circ} + \alpha}{2};$$

ΔACE: Синустар теоремасы бойынша:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD + DC}{AC} = \frac{k}{2} = \frac{\sin\angle ACE}{\sin\angle AEC} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{3\alpha}{2}} = \frac{1}{4\cos^2\frac{\alpha}{2} - 3};$$

$4\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{k} + 3;$ $2\cos\alpha = \frac{2}{k} + 1;$ $\alpha = \arccos\frac{2+k}{2k};$

$\angle A = 3\alpha;$ $\angle B = \pi - 3\alpha.$

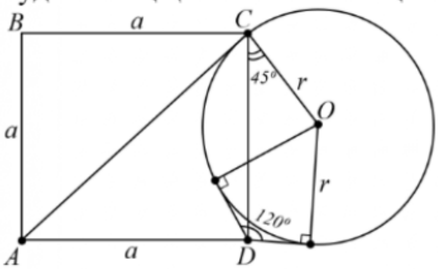
Сонда,

$$\angle A = 3\arccos\frac{2 + k}{2k}; \qquad \angle B = \pi - 3\arccos\frac{2 + k}{2k}.$$

Жауабы: $\angle A = 3\arccos\frac{2+k}{2k};$ $\angle B = \pi - 3\arccos\frac{2+k}{2k}.$

2. ABCD квадраты мен шеңбер шеңбер C нүктесінде AC түзуіне тиетін етіп орналастырылған, ал шеңбердің центрі D нүктесімен AC түзуінің сол жағында орналасқан. D нүктесінен алынған шеңберге 120° бұрышын

құрайды. Берілген шеңбермен шектелген шеңбердің ауданына квадрат ауданының қатынасын табыңыз.



Берілгені: ABCD – квадрат $\angle EDF = 120^{\circ}$; $DO = \frac{r}{\cos 30^{\circ}} = \frac{r}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{r}{\sqrt{3}}$;

т.к: $\frac{S_{ABCD}}{S_{шеңб.}}$ –?

$\Delta CDO \Longrightarrow \quad DO^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos 45^0$; $\left(\frac{2r}{\sqrt{3}}\right)^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\Longrightarrow$

$$\frac{4r^2}{3} - r^2 = a^2 - \sqrt{2}ar;$$

$$\frac{r^2}{3} = a^2 - \sqrt{2}ar; \quad \Longrightarrow \quad r^2 = 3a^2 - 3\sqrt{2}ar;$$

$$\Longrightarrow \quad 3a^2 - 3\sqrt{2}ar - r^2 = 0;$$

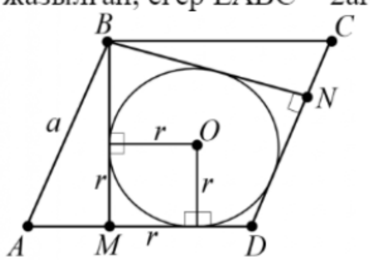
$$D = 18r^2 - 4 \cdot 3 \cdot r^2 = 30r^2; \quad \Longrightarrow \quad a_{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}r \pm \sqrt{30r^2}}{6}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}r \pm \sqrt{30}r}{6};$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{шеңб.}} = \frac{a^2}{\pi r^2} = \frac{(3\sqrt{2}+\sqrt{30})^2}{36\pi r^2} = \frac{18+2\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{30}+30}{36\pi} = \frac{48+12\sqrt{15}}{36\pi} = \frac{4+\sqrt{15}}{3\pi};$$

Жауабы: $\frac{4+\sqrt{15}}{3\pi}$.

3. ABCD ромбының доғал бұрышындағы B төбесінен BM және BH биіктіктері жүргізілген. BMDN төртбұрышына 1 см радиус шеңбері жазылған, егер LABC = 2arctg2 болса, ромбтың жағын табыңыз.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$r = 1$ см; $\angle ABC = \angle ADC = 2\mathrm{arctg}2$; $\angle A = \pi - \angle ABC = \angle C$;

т.к: a–?

$AD = AB = a$; $AM = a - \frac{3}{2}$; $MF = 1$см;

ΔOFD: $\mathrm{tg} < FDO = \frac{1}{FD}$; $\rightarrow$ $\mathrm{tg}(\mathrm{arctg}2) = \frac{1}{FD}$; $\rightarrow$ $FD = \frac{1}{2}$;

$\mathrm{MD} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2};$

$\Delta\mathrm{ABM}$: $\cos(\pi - 2\mathrm{arctg}2) = \frac{a - \frac{3}{2}}{a}; \quad \to \quad -\cos(2\mathrm{arctg}2) = \frac{a - \frac{3}{2}}{a};$

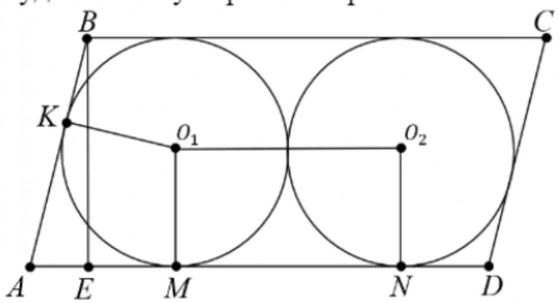
$\mathrm{arctg}2 = \alpha; \quad \to \quad \mathrm{tg} = 2; \quad \cos 2\alpha = \frac{\frac{3}{2} - a}{a}; \quad \to \quad 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{3/2 - a}{a};$

$\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1}; \quad \to \quad 4 = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1; \quad \to \quad \frac{1}{\cos^2\alpha} = 5;$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{5}; \quad \to \quad \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{5}}; \quad 2 \cdot \frac{1}{5} - 1 = \frac{\frac{3}{2} - a}{a}; \quad \to \quad \frac{2}{5}a - a = \frac{3}{2} - a;$

$\frac{2}{5}a = \frac{3}{2}; \quad \to \quad a = \frac{15}{4}.$ Жауабы: $a = \frac{15}{4}.$

4. Параллелограммның ішінде радиусы 6 болатын екі бірдей шеңбер бар, олардың әрқайсысы параллелограммның бүйіріне, екі негізге және екінші шеңберге қатысты. Бүйір жағы 9 : 4 қатысты жанасу нүктесімен бөлінеді. Ауданын табу параллелограмма.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$r = O_1M = O_2N;$

$O_1O_2 = 6 \cdot 2 = 12;$

$AK = \frac{9}{4}x;$ k – AB қабырғасы бойынша жанасу нүктесі.

BK=x; M, N – AD қабырғасы бойынша жанасу нүктесі

O_1, O_2 – екі шеңбер центрлері

т.к: S_{ABCD} –? Шешуі:

$\angle BAO_1 + \angle ABO_2 = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 180^0 = 90^0;$

$\angle AO_1B = 90^0;$ (тікбұрыш)

$KO_1{}^2 = BK \cdot KA; \quad \to \quad 6^2 = x \cdot \frac{9}{4}x; \quad \to \quad x^2 = 16; \quad \to \quad x = 4;$

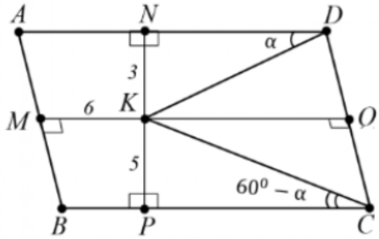
$AK = \frac{9}{4}x = 9; \quad \to \quad AM = AK = 9; \quad \to \quad ND = BK = 4;$

$AD = AM + MN + ND = AM + O_1O_2 + ND = 9 + 12 + 4 = 25;$

$S_{ABCD} = AD \cdot BE = 25 \cdot 12 = 300.$

Жауабы: $S_{ABCD} = 300.$

5. ABCD параллелограммының ішінде BCD үшбұрышы тең жақты болатындай етіп К нүктесі алынады. К нүктесінен AD, AB және BC түзулеріне дейінгі қашықтық сәйкесінше 3, 6 және 5-ке тең екені белгілі. Параллелограмм периметрін табыңыз.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$KN=3;\qquad KM=6;\qquad KP=5;$

CD, AD, BC түзулеріне K нүктесіне түсірілген перпендикуляр

т.к: P—?

Шешуі:

$CD=KC=KD=a;\qquad AD=BC=b;\qquad \angle KDN=\alpha;$

$$\angle KCP=\angle BCD-60^0=(180^0-\angle ADC)-60^0=120^0-\angle ADC$$
$$=120^0-(\alpha+60^0)=60^0-\alpha;$$

$\angle DKN$ және $\angle CKP$;

$$a=KD=\frac{KN}{\sin\alpha}=\frac{3}{\sin\alpha};\quad\rightarrow\quad a=KD=\frac{KN}{\sin(60^0-\alpha)}=\frac{5}{\sin(60^0-\alpha)};$$

$$\frac{3}{\sin\alpha}=\frac{5}{\sin(60^0-\alpha)};$$

$$15\sin\alpha=3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha\right);\quad \mathrm{tg}\alpha=\frac{3\sqrt{3}}{13};$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}=\frac{13}{4};\qquad \sin\alpha=\frac{3\sqrt{3}}{14};$$

$$a=\frac{3}{\sin\alpha}=\frac{14}{\sqrt{3}};\qquad KQ=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{14}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=7;$$

$MQ=MK+KQ=6+7=13;$

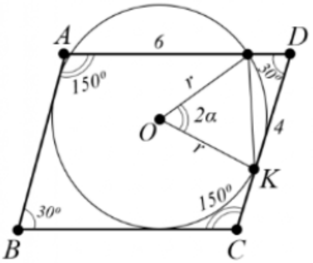
NP және MQ – параллелограмм биіктіктері (ABCD).

$$BC\cdot PN=CD\cdot MQ;\qquad b=BC=\frac{CD\cdot MQ}{PN}=\frac{\frac{14}{\sqrt{3}}\cdot 13}{8}=\frac{91}{4\sqrt{3}};$$

$$AB+CD+BX+AD=2(CD+BC)=2\left(\frac{14}{\sqrt{3}}+\frac{91}{4\sqrt{3}}\right)=\frac{49\sqrt{3}}{2};$$

Жауабы: $\frac{49\sqrt{3}}{2}$.

ABCD параллелограммында BCD бұрышы 150°, ал AD табаны 8-ге тең. A төбесі арқылы өтетін CD сызығынан өтіп, D нүктесінен 2 қашықтықта AD негізін қиып өтетін шеңбердің радиусын табыңыз.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$\angle BCD = 150^0$; $AD = 8$;

т.к: R–?

Шешуі: Косинустар теоремасы:

$$a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha = c^2$$

K – CD қабырғасынан шеңбермен жанасу нүктесі.

M – шеңбердің AD қабырғасымен қиылысу нүктесі;

DM=2;

$DK = \sqrt{DM \cdot DA} = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$;

K нүктесі DC сәулесінде,

$MK^2 = DM^2 + DK^2 - 2DM \cdot DK \cdot \cos 30°$;

$MK^2 = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 8\sqrt{3} = 4\left(5 - \sqrt{3}\right)$;

$\sin\angle MAK = \sin\angle DKM = \dfrac{DM\sin 30^0}{MK} = \dfrac{1}{MK}$;

$R = \frac{MK}{2\sin\angle MAK} = \frac{1}{2}MK^2 = 2(5 - 2\sqrt{3})$;

Егер K нүктесі D нүктесінен созылған DC түзу бойында жатса,

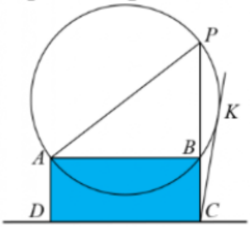
$MK^2 = DM^2 + DK^2 - 2DM \cdot DK \cdot \cos 150^0 = 4(5 + 2\sqrt{3})$;

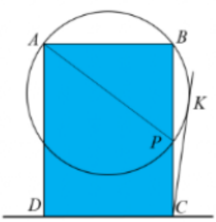
$\sin\angle MAK = \sin\angle DKM = \dfrac{DM\sin 150^0}{KM} = \dfrac{1}{KM}$;

$R = \dfrac{MK}{2\sin\angle MAK} = \dfrac{1}{2}MK^2 = 2(5 + 2\sqrt{3})$;

Жауабы: $2(5 + 2\sqrt{3})$.

7. Диаметрі $\sqrt{10}$ болатын шеңбер ABCD тіктөртбұрышының көршілес A және B төбелері арқылы өтеді. C нүктесінен шеңберге түсірілген жанама ұзындығы 3 тең, AB = 1. BC қабырғасының ұзындығы қабылдай алатын барлық мүмкін мәндерді табыңыз.





C төбесі шеңбердің сыртында орналасқанын ескеріңіз. CK - көрсетілген тангенс ("K" - жанасу нүктесі) болсын. Егер шеңберде A және B нүктелерінен басқа осы тіктөртбұрышпен ортақ нүктелер болмаса, онда CB сегментін P нүктесіндегі шеңбермен қиылысқанға дейін жалғастыра отырып, ABP тікбұрышты үшбұрышын аламыз, оның AP гипотенузасы шеңбердің диаметрі болып табылады. Сондықтан

$BP = \sqrt{AP^2 - AB^2} = \sqrt{10 - 1} = 3;$

Тангенс және сектант теоремасы бойынша:

$BP(BC + BP) = CK^2,$ немесе $BC(BC + 3) = 9,$

Осы жерден: $BC = \frac{3}{2}\sqrt{5} - 1;$

Егер шеңбер тіктөртбұрышты A және B нүктелерінен басқа нүктелерде кесіп өтсе, онда тиісті теңдеу келесідей болады

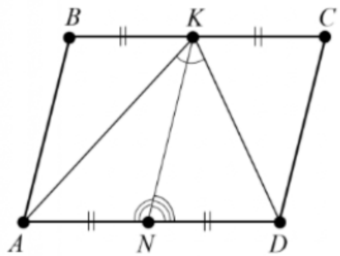
$BC(BC - 3) = 9.$

Оның түбірі –

$$BC = \frac{3}{2}(\sqrt{5} + 1);$$

Жауабы: $\frac{3}{2}(\sqrt{5} \pm 1).$

8. Параллелограммның қабырғалары 4 см және 6 см. Үлкен қабырғасы ортасынан параллель жағы 45° бұрышта көрінеді. Ауданын табу параллелограмма.



Берілгені: ABCD – параллелограмм

$AB = 4$ см;

$BC = 6$ см;

K – BC қабырғасының ортасы.

$\angle AKD = 45^0;$

т.к: $S_{ABCD} = ?$

Шешуі: $KN||AB||CD$ Фалес теоремасы бойынша: $AB\big||CD\big||KN;$ $BK = KC;$

$AN = DN,$ сонда KN – медиана ΔAKD. Косинустар теоремасы: ΔAKN және ΔDKN;

$$AK^2 = AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot \cos\angle AKN;$$

$$\begin{aligned} DK^2 &= DN^2 + KN^2 - 2DN \cdot KN \cdot \cos\angle DKN \\ &= AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot \cos(180^0 - \angle AKN) \\ &= AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot (-\cos\angle AKN) \\ &= AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot \cos\angle AKN; \end{aligned}$$

$$AK^2 + DK^2 = AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot \cos\angle AKN + AN^2 + KN^2 - 2AN \cdot KN \cdot \cos\angle AK = 2AN^2 + 2KN^2 = 2 \cdot \left(\frac{AD}{2}\right)^2 + 2AB^2 = 2 \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + 2AB^2 = 2 \cdot \frac{BC^2}{4} + 2AB^2 = \frac{BC^2}{2} + 2AB^2;$$

ΔAKD:

$AD^2 = AK^2 + DK^2 - 2AL \cdot DK \cdot \cos\angle AKD;$

$$AK \cdot DK = \frac{AK^2 + DK^2 - AD^2}{2 \cdot \cos\angle AKD} = \frac{\frac{BC^2}{2} + 2AB^2 - BC^2}{2\cos45^0} = \frac{2AB^2 - \frac{BC^2}{2}}{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot 4^2 - \frac{6^2}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 16 - \frac{36}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{32 - 18}{\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2};$$

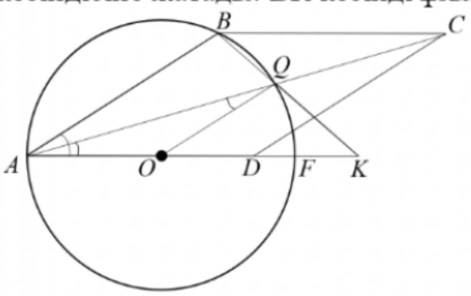
$S_{\Delta AKD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h;$

$$S_{\Delta ABK} + S_{\Delta DCK} = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot h + \frac{1}{2} \cdot KC \cdot h = \frac{1}{2}(BC + KC) \cdot h = \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} AD \cdot h = S_{\Delta AKD};$$

сонда,

$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\Delta AKD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AK \cdot DK \cdot \sin\angle AKD = AK \cdot DK \cdot \sin\angle AKD = 7\sqrt{2} \cdot \sin45^0 = 7\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7см^2.$ Жауабы: $7см^2$.

9. ABCD ромбының AD қабырғасынан жалғасы D нүктесі ретінде K нүктесі алынады. AC және BK түзулері Q нүктесінде қиылысады. AK = 14 және A, B және Q нүктелері 6 радиус шеңберіне жататыны белгілі, оның ортасы AK кесіндісіне жатады. BK кесінді ұзындығын табыңыз.



Берілгені: ABCD – ромб

$AK = 14;$

т.к: $BK = ?$

Шешуі: O – шеңбер центрі. F – AK қабырғасымен жанасқан екінші нүкте. ΔAKD – теңбүйірлі болғандықтан (OA=OQ=6), онда $\angle AQO = \angle OAQ = \angle BAQ$. Сондықтан $OQ || AB$. Сонда, $KQ : KB = KO : KA = 4 : 7$,

$\frac{4}{7} KB^2 = KQ \cdot KB = KF \cdot KA = 28;$ $BK = 7$. Жауабы: 7.

Алынған тақырыпты сараптай келе төмендегідей қорытындыларға келуге болады деп тұжырымдаймыз:

1. Төртбұрыштарға байланысты қазіргі кезде техникада, өмірде қолданылатын материалдар өте көп. Толық төртбұрыш. Птолемей теңсіздігі. Төртбұрыш теңсіздігі. Бретшнайдер қатынасы. Ньютон түзуі. Понселе нүктесі. Микел нүктесі және т.б деген сияқты материалдар бұл күнде ғылымда ғана емес құрлыста, сәулет өнерінде, техникада жиі қолданылатын материалдардың бір ғана бөлігі. Сондықтан математикаға қызығушылық танытатын білім алушылардың аталған мәселелер жайлы білімдерін тереңдету үшін факултатив, қолданбалы, таңдау курстарын дайындау кезек күттірмейтін іс демекшіміз.

2. Төртбұрыштарға байланысты теориялық және күрделі есептер мен олардың шешілу үлгілері бер таңдау немесе қолданбалы курстар мазмұнын қазақ және орыс тілдерінде (Орыс тілінде де бұл тақырыпқа арналған материалдар жоқ деуге болады) дайындау керек деп есептейміз.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1 Қайыңбаев Ж.Т. Жаттығу, есеп ... «Математика және Физика журналы» №3, 2017. 2-4 б.
2 Ж.Т. Қайыңбай. Кейбір геометриялық мәселелерді жалпы жағдайдан жеке жағдайға көшіру негізінде қарастыру. СДУ хабаршысы. 2019/4(51). SDUbulletin.
3 Ж.Т. Қайыңбаев, Д. Төлбасы . Менелай теоремасы және оның қолданылуы. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods. 2021/1 (54).
4 Ж.Т. Қайыңбаев, А.С. Ғалымжан. Геометриялық есептерді тригонометриялық мәселелердің көмегімен шешу тәсілдері. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods. 2021/1 (54).
5 Ж.Т. Қайыңбаев1, Т.С. Манап. Үшбұрыштың биссектрисасы, медианасы және олардың қасиеттерін пайдаланып күрделі геометриялық есептерді шешу тәсілдері. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods 2021/2 (55).
6 Ж.Т. Қайыңбаев, Қ. Үдербаева. Тең бүйірлі және тік бұрышты үшбұрыштарға іштей және сырттай сызылған шеңберлерге байланысты күрделі есептерді шешу тәсілдері. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods 2021/2 (55).
7 Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. – М., 2003. – 380 с.
8 Генденштейн Л.Э., Ершова А.П., Ершова А.С. Наглядный справочник по математике с примерами. Для абитурентов, школьников, учителей. – М.: Илекса, 2005, – 192 с.

9 Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с.
10 Темербекова А.А. Методика преподования математики: М.: Гуманит. изд.центр ВЛАДОС, 2003. – 176 с.