ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ
—
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

МРНТИ 14.25

А.К. Ардабаева[1]*, М.С. Дюсов*[1]*, А.Т. Басымбекова*[1]*,*
С.З. Нурмаганбетова[1]
[1]Казахский национальный педагогический университет имени Абая
г. Алматы, Казахстан

К ВОПРОСУ ОБ ИССЛЕДОВАНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. Изучение способов решения математических задач способствует развитию у учащихся гибкости и критичности мышления, соответствующих умений и навыков. В данной статье рассматриваются основные этапы решения задач. Приведены примеры геометрических задач с элементами исследований. Каждая рассматриваемая задача в школьном курсе геометрии предназначается для достижения чаще всего не одной, а нескольких педагогических, дидактических, учебных целей. И эти цели характеризуются как содержанием задачи, так и ее назначением. Дидактические цели, которые ставит перед той или иной задачей учитель, определяют роль задач в обучении геометрии. В зависимости от содержания задачи и дидактических целей ее применения из всех ролей, которые отводятся конкретной задаче, можно определить как ведущую.

Ключевые слова: задача, решение, школьный курс, ученик, учитель.

***

Аңдатпа. Математикалық есептердің шешімін зерттеу оқушылардың біліктері мен дағдыларын және сыни ойлау қабілетін дамытуға мүмкіндік жасайды. Мақалада есептерді шығарудың негізгі кезеңдері және зерттеушілік элементтері бар геометриялық есептер қарастырылған. Мектепте берілетін геометрия курсында қарастырылатын әрбір тапсырма педагогикалық, дидактикалық, оқыту мақсаттарын шешуге бағытталады. Бұл тапсырмалар өз кезегінде мазмұндылығымен және оның мақсаттылығымен сипатталады.

Кілт сөздер: тапсырма, шешімі, мектеп курсы, оқушы, мұғалім.

***

Abstract. The study of the solution of mathematical problems promotes the development of students' flexibility of skills and critical thinking. In this paper, we consider the main steps in solving problems and geometric problems with elements of research. Examples of geometric problems with elements of research are given. Each problem under consideration in the school course of geometry is intended to achieve, more often than not, one, but several pedagogical, didactic, educational purposes. And these goals are characterized both by the content of the task and by its purpose. The didactic goals that the teacher sets for one or another task determine the role of problems in the teaching of geometry. Depending on the content of the task and the didactic goals of its application from all the roles that are assigned to a particular task, its leading role can be identified.

Key words: problem, solution, school course, student, teacher.

Зачастую учащиеся (а также многие учителя) забывают об обучающем характере каждой задачи, решаемой в процессе обучения, о том, что всякая решаемая ими задача должна учить их умению ориентироваться в различных проблемных ситуациях, обогащать их знания и опыт, учить их математической деятельности. Решая геометрические задачи, учащиеся развивают творческие способности, самостоятельное и пространственное мышление, приобретают навыки практического применения теоретических положений геометрии.

При этом термин «решение задачи» несет в себе несколько смысловых значений. Рассмотрим одно из них, а именно то, которое под «решением задачи» понимает полученный результат (ответ). Как раз его имеет в виду ученик, когдаговорит: «Я решилзадачу». То есть, он получил результат, после чего спокойно закрывает тетрадь и переходит к другим делам. В результате, он лишает себя того важного и поучительного, что может дать один из последних этапов - этап исследования решения задачи. «Оглядываясь назад на полученное решение, анализируя результат они могут сделать свои знания глубокими и прочными…» - замечает Д. Пойя.

Многие методисты обращают внимание на проблему возврата к решению задачи, на ее исследование. Так, Д. Пойя различает четыре ступени в процессе решения задачи.

«Во-первых, мы должны понятьзадачу… Во-вторых, составить план. В-третьих, мы должны осуществить наш план. В-четвертых, оглядываясь назад на полученное решение, мы вновь изучаем и анализируем его» [1].

Л.М.Фридман и Е.Н.Турецкий процесс решения задачи делят на восемь этапов, один из которых, а именно шестой, назван «исследование задачи». Под исследованием задачи они понимают поиск ответов на следующие вопросы: «…при каких условиях задача имеет решение и, притом, сколько различных решений в каждомотдельномслучае; прикакихусловиях задачавообще не имеетрешения ит.д.».

Причем, по их мнению, не все этапыв решении должны присутствовать обязательно. К таким «необязательным этапам они отнесли схематичную запись задачи, ее исследование и заключительный анализ решения» [2].

В.М.Брадис полагает, что «…задачу можно считать решенной тогда и только тогда, когда найденное решение: 1) безошибочно; 2) обосновано; 3) носит исчерпывающий характер». По поводу исчерпывающего характерарешения он замечает: «Если найден один ответ задачи, ее нельзя считать решенной полностью: надо найти и все другие ответы, если они существуют, или доказать, что их нет; надо рассмотреть все особые случаи, какие могут представиться при решении». Говоря о необходимости осуществления всех трех этапов, В.М. Брадис настаивает на непременном осуществлении каждого из них [3].

Таким образом, многие ученые включают исследование результата в процесс решения задачи, однако, расходятся во мнении об обязательности этого этапа.

Свое мнение по этому вопросу высказал Г.П. Бевз в своей статье «О полноте решений геометрических задач». В ней он говорит: «На этот вопрос однозначно ответить нельзя, все зависит от того, какую конкретную задачу имеют в виду, и в каком классе ее решают» [4]. С этой точкой зрения трудно не согласиться.

Пожалуй, самой благоприятной почвой для реализации этапа исследования задачи являются геометрические задачи.

Наиболее распространенная классификация геометрических задач, которая обычно используется в работе с учащимися, - это классификация, основанием которой является характер требований задачи. В соответствии с этим основанием геометрические задачи условно классифицируются на задачи на: 1) вычисление; 2) доказательство; 3) построение[5].

Несмотря на достаточную условность, эта классификация облегчает рассмотрение особенностей каждого вида геометрических задач.

Остановимся на задачах на построение, где исследование решения проводится в обязательном порядке. Под исследованием здесь понимают выяснение вопроса о том, при любых ли данных задача имеет решение, и, если имеет,тосколько решений. При подсчете числа решений договариваются о том, какие из них считать различными.

Пример 1. Построить треугольник по сторонам aиb и острому углуα[6].

Решение:

Строим отрезок АС, равный b.

На стороне АС строим угол α.

Строим окружность с центром в точке С и радиусом, равным a (Рис.1).

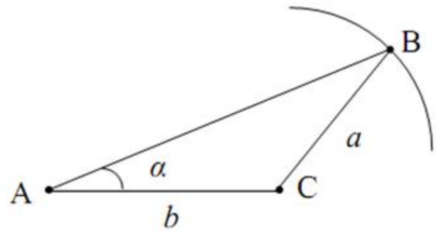

Рис. 1.

Исследование:

1. Задача не имеет решения, если окружность не пересекает сторону угла (рис. 2).

2. Задача имеет два решения, если окружность пересекает сторону угла в двухточках (рис. 3).

3. Задача имеет единственное решение, если окружность касается стороны углаили пересекает его в единственной точке (рис. 4).

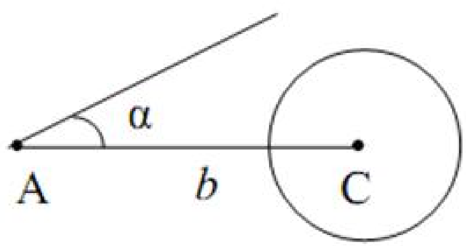

Рис. 2

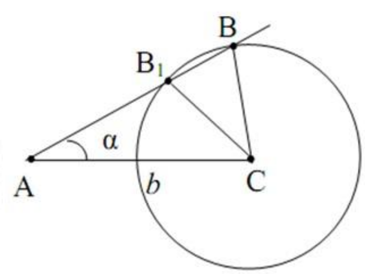

Рис. 3

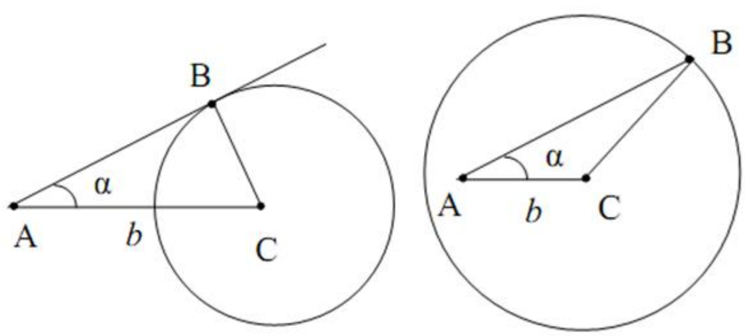

Рис. 4.

Если в задачах на построение исследование проводитсявсегда,тооб остальных типах геометрических задач такого сказать нельзя. Этот этап, как правило, опускается в вычислительных задачах.Хотя и в них вопрос о существовании и единственности решения также можно было бы поставить.

Пример 2. Биссектриса одного из углов параллелограмма делит пересекаемую ею сторону на отрезки в 4 см и 5 см. Найти периметр параллелограмма [7].

К такой задаче ученики почти всегда дают одно решение: 22 см. Такой ответ соответствует случаю, изображенному на рис. 5, где AN – биссектриса угла ∠DAB, и AB=BN= 4см.

Но, если провести исследование решения, то возникает еще один вариант ответа: 28 см. В последнем случае, AB=BN= 5см (рис. 6).

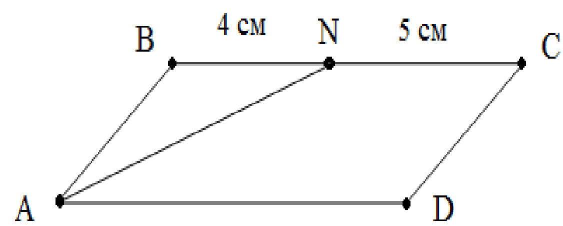

Рис. 5

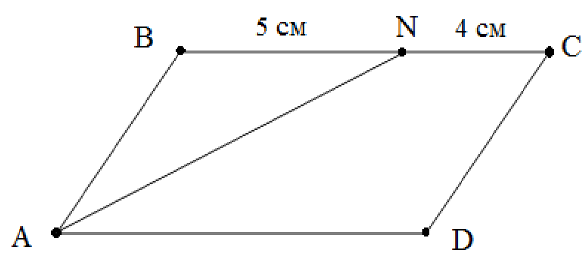

Рис. 6.

Заметим, что в рассмотренном примере исследование решениявключаловсебя ответ на вопрос: «Единственное ли решение имеет задача ?».

Гораздо большие трудности и сомнения вызывает поиск ответа на вопрос: «Всегда ли задача имеет решение?» Действительно, если ученик задачу решил и получил ответ, то этот вопрос вызовет у него, в лучшем случае, недоумение. Пожалуй, уместнее данную проблему ставить в задачах на вычисление, решаемых в общем виде.

Пример 3. Найти периметр прямоугольника, если известна его сторона a идиагональ d.

В этом случае, получив ответ $P = 2\left(a + \sqrt{d^2 - a^2}\right)$, можно сказать, что решение существует только при $d > a$.

Вообще говоря, в исследовании геометрической задачи аналитическое исследование не должноявляться самоцелью, оно должноявитьсясредством, позволяющимсделать геометрические выводы.

В рассмотренном примере он мог бы звучать так: «Задача не имеет решения приd ≤ a, так как в этом случае мы получим прямоугольный треугольник, гипотенуза которого не превышает его катет».

Исследование решения задачи, безусловно, способствует развитию гибкостии критичности мышления. Но, пожалуй, было бы неправильно требовать исследования всех без исключения школьных задач. Некоторая часть упражнений преследует узкую цель выработки необходимых навыков. Задач исисследованием нужно отбирать очень внимательно, так, чтобы исследование оказалось, во-первых, по сильным, а,во-вторых, имело четкую геометрическую интерпретацию.

Список литературы:

1 Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей / Пер. с англ. под ред. Ю.М.Гайдука. – М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.

2 Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: 3-е изд., дораб. / Л.М. Фридман – М.: Просвещение, 1999. – 192 с.

3 Брадис М.В. Упражнения в решении задач // Хрестоматия по методике математики. – Арзамас: АГПИ, 2005. – 189 с.

4 Бевз Г.П. О полноте решений геометрических задач // Математика в школе. – 1976. – №4. – С. 36-45

5 Абылкасымова А.Е. Теория и методика обучения математике: дидактико-методические основы. – Алматы: Мектеп, 2013. – 224 с.

6 Смирнов В.А., Туяков Е.А. Геометрия: Учебник для 7 класса общеобразовательных школ. – Алматы: Мектеп, 2017. – 144 с.

7 Бекбоев И., Абдиев А., Кайдасов Ж. Геометрия: Учебник для 8 класса общеобразовательных школ – Алматы: Мектеп, 2016. – 162 с.

МРНТИ 14.25

Л.У. Жадраева[1], А.М. Хамзаев[1]

[1]Казахский Национальный университет имени Абая

г. Алматы, Казахстан

МЕЖПРЕДМЕТНАЯ СВЯЗЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. Важную роль в совершенствовании системы образования играют межпредметные связи. Естественно, что обучение математике в средней школе должно, в известной мере, отражать прикладной характер современной математики. Это может быть достигнуто в результате осуществления в процессе обучения математике связей с программным материалом других учебных дисциплин. Эти связи имеют большое значение в повышении практической и научно-теоретической подготовки учащихся, существенной особенностью