

6. Догерти, М. К., & Скентлбери, К. (2016). Влияние проблемного обучения на научные достижения учащихся. Журнал научного образования и технологий, 25 (6), 872-885.
7. Гузи, С. С., & Рериг, Г. Х. (2009). Влияние обучения процессу инженерного проектирования на усвоение студентами концепций физических наук. Журнал научного образования и технологий, 18 (3), 208-223.
8. Мур, Т. Дж., Столманн, М. С., & Рериг, Г. Х. (2014). Внедрение и влияние учебной программы по естественным наукам, основанной на инженерном проектировании, на обучение студентов. Журнал инженерного образования, 103 (4), 537-561.
9. Сэдлер, П. М., Соннерт, Г., Хазари, З., & Тай, Р. Х. (2012). STEM-образование в США: что думают студенты? Наука, 338 (6114), 1464-1467.
10. Национальная ассоциация преподавателей естественных наук: <https://www.nsta.org/about/positions/stem.aspx>
11. Национальный совет учителей математики: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Position-Statement-on-STEM-Education/>
12. Международное общество технологий в образовании: <https://www.iste.org/explore/articledetail?articleid=112>

Джанбулат Кайынбаев¹, Абдықұл Дана²

¹SDU University, Қасқелең, Қазақстан

e-mail: dzhanbulat.kayinbayev@sdu.edu.kz

КОНУС ПЕН ПИРАМИДАНЫҢ КОМБИНАЦИЯСЫНА БАЙЛАНЫСТЫ КҮРДЕЛІ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕМЕСІ

Аңдатпа. Конус пен пирамида жалпы геометрияның стереометрия бөлімінде қарастырылады. Пирамида да, конуста жекелей көп зерттелген, бірақ олардың комбинациясына байланысты мағлұматтар оқулықтарда аз қарастырылған. Оқушыларға кеңістіктегі есептерді шығару қиындыққа соғады, ал фигуралардың комбинациясымен келетін есеп болса тіптен күрделене түседі. Мақала, осындай маңызы бар мәселеге арналған. Мақалада пирамида мен конустың комбинациясына байланысты күрделі есептерді шешудің жүйелі тәсілі қарастырылған. Жұмыста берілген геометриялық фигуралардың көлемін, беттерін және басқа сипаттамаларын анықтауды қоса алғанда, осындай есептерді сәтті шешуге қажетті негізгі принциптер мен қадамдар берілген. Әдістеме сонымен қатар оқырмандарға алған білімдерін тәжірибеде жақсырақ түсінуге және қолдануға көмектесетін мысалдар мен практикалық тапсырмаларды қамтиды.

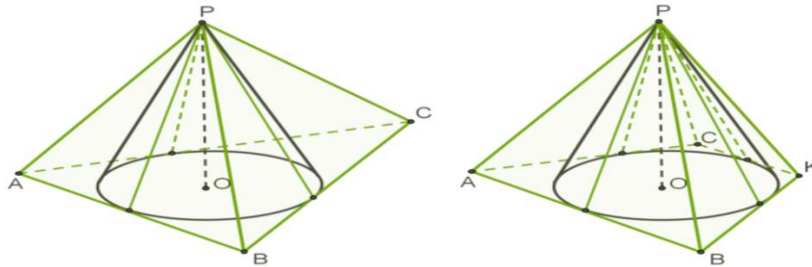
Түйін сөздер: есеп, конус, комбинация, конусқа сырттай сызылған, іштей сызылған, пирамида

Жалпы геометриялық есептерді шешуге арналған әртүрлі оқу құралдарында кеңістік фигураларының комбинациясына байланысты тапсырмалар өте аз десек қателеспейміз. Алайда

қазіргі сәулет өнерінде архетиктурада жалпы құрылыс саласында, дизайнда конус пен пирамиданың комбинациясына байланысты жағдайлар көптеп кездеседі.

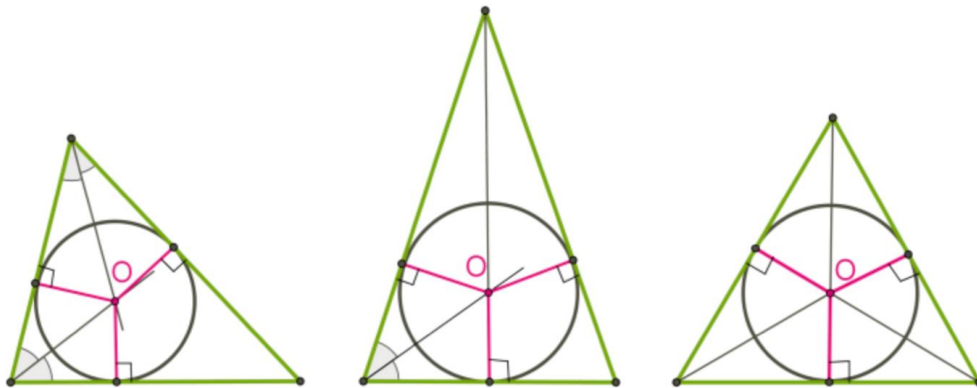
Конус және пирамида

Конусқа сырттай сызылған пирамиданың негізі конустың табанына сырттай сызылған көпбұрыш болады, ал олардың биіктіктері өз ара тең.

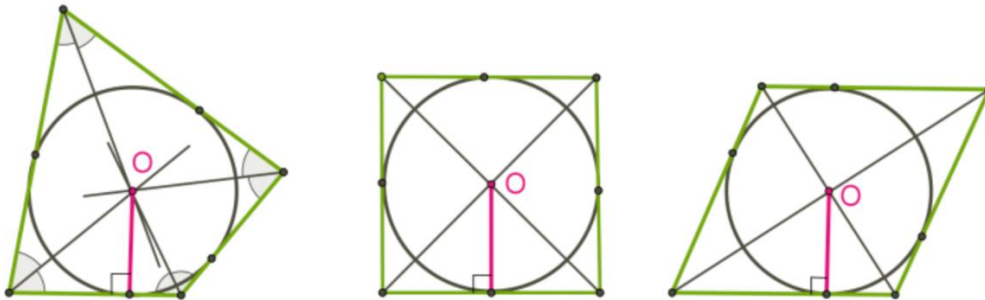


Конусқа сырттай тек диэдральды бұрыштар тең болатын пирамиданың ғана сызуға болады (егер пирамиданың негізінің биіктігі, табанындағы көпбұрыштан тыс жатпаса). Пирамиданың табанындағы бұрыштар дұрыс пирамидаларда және биіктігі шеңбердің ортасына проекциаланған пирамидаларда тең болады.

Конустың радиусы- пирамиданың табанына іштей сызылған шеңбердің радиусына тең. Кез - келген дұрыс пирамида конусқа сырттай сызыла алады. Конустың табанындағы шеңбер, пирамиданың көпбұрышты негізіне іштей сызылады.

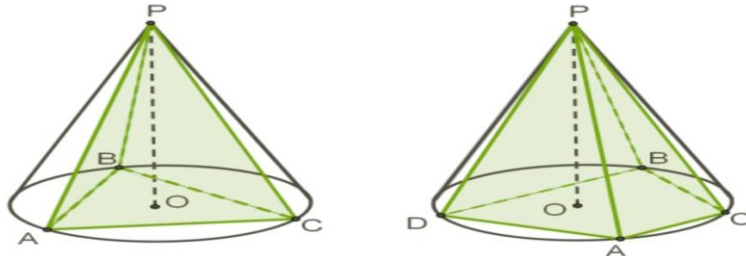


Үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің ортасы оның биссектрисаларының қиылысу нүктесі болып табылады. Кез келген үшбұрышқа шеңбер сызыуға болады.



Төртбұрышқа іштей сызылған шеңбердің ортасы оның биссектрисаларының қиылысу нүктесі болып табылады. Шеңберді тек қарама - қарсы қабырғаларының қосындысы тең болатын төртбұрышқа сызуға болады. Шеңбердің центрі, сырттай сызылған шаршы мен ромбның диагональдарының қиылысында жатыр.

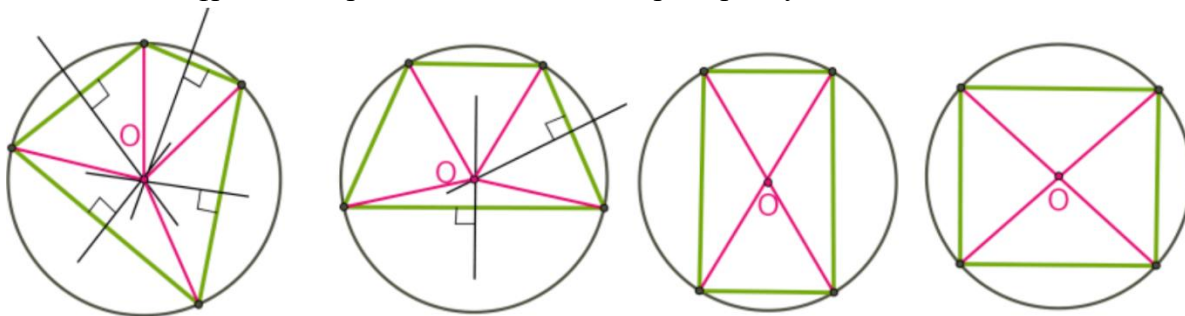
Конусқа іштей сызылған пирамида, мұндай пирамиданың табанындағы көпбұрыш конустың табанындағы шеңберге іштей сызылады, және биіктіктері өз ара тең болады.



Конусқа тек осындай пирамидаларды сызуға болады, оның бүйір қабырғалары тең (конус түзушілерге сәйкес келеді)

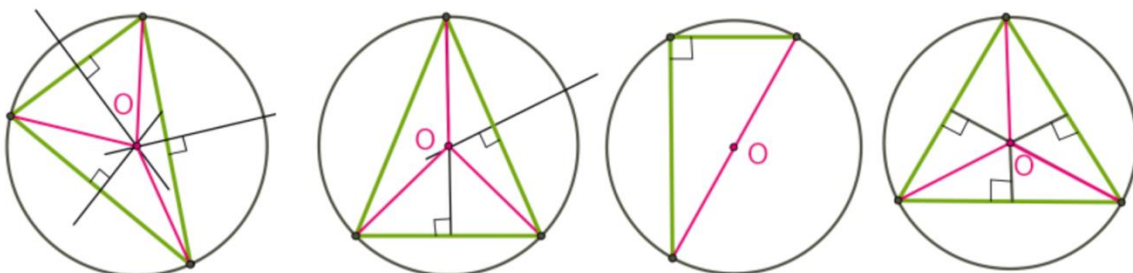
Бүйір қабырғалары кез- келген дұрыс пирамидада және биіктігі сырттай сызылған шеңбердің ортасына проекцияланған пирамидаларда тең.

Суреттер есептің шарты бойынша салынады. Кейде тек пирамида мен конустың табандарын бейнелеу жеткілікті себебі олардың биіктіктері тең. Конустың радиусы - пирамиданың табанындағы көпбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусына тең



Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центрі,- Үшбұрыштың бүйірқабырғаларына түсірілген перпендикулярлардың қиылысу нүктесі.

Шеңберді кез келген үшбұрышқа сырттай сызуға болады.



Төртбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центрі – төртбұрыштың қабырғаларына жүргізілген перпендикулярлардың қиылысу нүктесі. Шеңберді тек қарама - қарсы бұрыштарының қосындысы

180 градусқа тең , теңбүйірлі трапецияға , тікбұрышты төртбұрышқа және шаршыға сызығу болады.

1-Есеп: Берілгені SABCD дұрыс төртбұрышты пирамида берілген және SO пирамида биіктігінде табанының центрі орналасқан конус берілген.Е- нүктесі SD қырының ортасында , ал F нүктесі AD қырында $AF=\frac{3}{2}FD$ болатындай орналасқан. Конустың осьтік қимасындағы үшбұрыштың 2 төбесі CD түзуінде ,ал қалған бір төбесі EF-те орналасқан . $AB=4$, $SO=3$ болса ,онда конустың көлемін табыңыз.

Шешуі: К және М – конустың осьтік қимасының төбелері CD түзуінде жатады деп айталық. Ендеше KM кесіндісі конус табанының диаметрі бола алмайды, егер ондай болған жағдайда К және М нүктелері SO түзуінде орналасқан Q конустың табанының центріне қарағанда симметриялы болар еді, ал CD және SO қиылысатын түзулер. Сонда, М немесе К нүктесі конус төбесі болады. М нүктесін конус төбесі деп қарастырып көрелік, онда ML және МК конус жасаушысы, ал MQ конус биіктігі болатына анық.

Бір ұшы CD түзуінде ал ортасы SO түзуінде жататын барлық мүмкін кесінділерді қарастырып көрейік. Дәл осындай кесінділердің екінші бір ұшы γ жазықтығында жатады, ал AL болса дәл осы γ жазықтығының ортагональ проекциясы болып табылады.

ASD жазықтығы γ жазықтығына перпендикуляр, себебі ол AD түзуі арқылы өтеді, ал AD түзуі γ жазықтығына перпендикуляр. Сондықтан, Е төбесінен түскен ET перпендикуляр AL түзуіне түскен, мұндағы AL осы екі жазықтық қиылысу түзуі және γ жазықтығына перпендикуляр. Демек, Т нүктесі Е нүктесінің γ жазықтығына проекциясы.

Н-нүктесі AD түзуінің ортасында жатыр, SOH тікбұрышты үшбұрыштан осыны табамыз:

$$SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$AR = SH$; а Т – нүктесі AR ортасы сондықтанда

$$AT = \frac{1}{2}SH = \frac{1}{2}\sqrt{13}$$

$$\frac{LA}{LT} = \frac{FA}{ET}, LT = LA + AT = LA + \frac{1}{2}\sqrt{13}, ET = AH + \frac{1}{2}AH = 2 + 1 = 3, AF = \frac{3}{5}AD = \frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{12}{5}, \text{ онда}$$

$$\frac{LA}{LA + \frac{1}{2}\sqrt{13}} = \frac{\frac{12}{5}}{3} = \frac{4}{5} \Rightarrow LA = 2\sqrt{13}$$

$$BK_1 = CK = AL_1 = 4, L_1K_1 = 12, L_1K = \sqrt{L_1K_1^2 + KK_1^2} = \sqrt{144 + 16} = 4\sqrt{10},$$

ALL_1 , KLL_1 тікбұрышты үшбұрыштар арқылы мыналарды табамыз:

$$LL_1 = \sqrt{LA^2 - AL_1^2} = \sqrt{52 - 16} = 6,$$

$$KL = \sqrt{LL_1^2 + L_1K^2} = \sqrt{36 + 160} = 14.$$

OQ-сызығы KLL_1 үшбұрышының орта сызығы ,сондықтан

$$OQ = \frac{1}{2}LL_1 = 3, QL = QK = \frac{1}{2}KL = 7.$$

SPQ үшбұрышында PO үшбұрыштың медианасы болып табылады ,сондықтан $QP=SP=SH=\sqrt{13}$.

$QP \perp MK$ Перпендикулярларға қатысты теорема бойынша MQK үшбұрышын қарастырамыз:

$$QK = 7, QP = \sqrt{13}, PK = PC + CK = 2 + 4 = 6.$$

$$MP = \frac{QP^2}{PK} = \frac{13}{6}$$

$$MQ = \sqrt{QP^2 + MP^2} = \sqrt{13 + \frac{169}{36}} = \frac{7}{6}\sqrt{13}.$$

Егерде h - конустың биіктігі r -табаның радиусы болса, V - көлемі онда $r = QK = 7, h = MQ = \frac{7}{6}\sqrt{13}$ осыдан

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 49 \cdot \frac{7}{6}\sqrt{13} = \frac{343\sqrt{13}}{18}\pi$$

$$\text{Жауабы } \frac{343\sqrt{13}}{18}\pi$$

2-Есеп: Берілгені Конус ішінде табаны теңбүйірлі үшбұрыш болатын пирамида табаны конус табанында іштей сызылып орналастырылған, ал пирамида төбесі конустың жасаушысында орналасқан. Пирамида табанында теңбүйірлі үшбұрыштың бұрышы $\alpha \left(\alpha \geq \frac{\pi}{3}\right)$ болса, онда конус көлемінің пирамида көлеміне қатынасын табыңыз.

Шешуі: MO - $DABC$ пирамидасына сырттай сызылған конустың биіктігі болсын, O нүктесі конус табанындағы шеңбердің центрі, шеңбер ABC үшбұрышына сырттай сызылған.

$$AB=BC, \angle ABC = \alpha, \left(\alpha \geq \frac{\pi}{3}\right)$$

DK – пирамида биіктігі, себебі пирамиданың барлық бүйір жақтары табанына бірдей бұрыш жасап көлбейген, яғни табанындағы екі жақты бұрыштары тең. Ал K нүктесі $\triangle ABC$ – на іштей сызылған шеңбердің центрі.

O және K нүктелері BN түзуінің бойында жатады, себебі $\triangle ABC$ теңбүйірлі үшбұрыш екені белгілі.

$MO \parallel DK$, себебі MO және DK түзулері, пирамида және конус табандары жатқан жазықтыққа перпендикуляр.

MOB арқылы өткен жазықтық, MO және DK параллельдері арқылы өтеді, мұндағы MB конус жасаушысы болып табылады. (1-сурет) Сонда, осы MOB жазықтығына тиісті D нүктесі конустың бүйір бетінде орналасқан, демек MB конус жасаушысына тиісті болады.

$$MOB \triangle MOB \sim \triangle DKB \text{ онда } \frac{MO}{DK} = \frac{OB}{BK}.$$

$OB=R$ конустың табанындағы радиусы болсын.

$$\text{Онда } AB=BC=2R \sin \angle BAC = 2R \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}\right) = 2R \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha = 2R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha.$$

$$\triangle BKC \text{ (2-сурет) } \angle CKB = \frac{\alpha}{2}, \angle BCK = \frac{1}{2}, \angle ACB = \frac{\pi-\alpha}{4},$$

$$\angle BKC = \pi - (\angle CKB + \angle BCK) = \pi - \frac{\pi+\alpha}{4}.$$

$$\frac{BC}{\sin \angle BKC} = \frac{BK}{\sin \angle BCK}.$$

$$BK = \frac{BC \sin \angle BCK}{\sin \angle BKC} = \frac{2R \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\pi-\alpha}{4}}{\sin \left(\pi - \frac{\pi+\alpha}{4}\right)} = \frac{2R \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\pi+\alpha}{4}}{\sin \frac{\pi+\alpha}{4}} = 2R \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi+\alpha}{4}$$

$$\text{Конустың көлемі } V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot MO$$

$$\text{Пирамиданың көлемі } V_2 = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot DK$$

$$\text{Онда } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R^2 \cdot MO}{S_{\Delta ABC} \cdot DK} = \frac{\pi R^2 \cdot OB}{2R^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \cdot BK} = \frac{\pi R^3}{4R^3 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi+\alpha}{4} \sin \alpha} = \frac{\pi \operatorname{tg} \frac{\pi+\alpha}{4}}{4 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\pi \operatorname{tg} \frac{\pi+\alpha}{4}}{4 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha}$$

3-Есеп: Дұрыс үшбұрышты пирамидаға сырттай және іштей тік конус сызылған. Пирамида биіктігі $h=4$, сырттай сызылған конус табанының ұзындығы $l = \sqrt{3}\pi$ болса, сырттай және іштей сызылған конустардың көлемдерінің айырмасын табыңыз.

Шешуі: $L=2 \pi R = \sqrt{3}\pi$ осы жерден сырттай сызылған шеңбердің радиусын табамыз $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Дұрыс үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусының формуласы $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ арқылы үшбұрыштың қабырғасын табамыз $a = \frac{3}{2}$, Дұрыс үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусының формуласы :

$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{1,5\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$H_{\text{конус}} = H_{\text{пирамида}}$$

$$V_{\text{сырттай с.конус}} = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{3}{4} \cdot 4 = \pi$$

$$V_{\text{іштей с.конус}} = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{3}{16} \cdot 4 = \frac{1}{4} \pi,$$

$$V_{\text{сырттай с.конус}} - V_{\text{іштей с.конус}} = \pi - \frac{1}{4} \pi = \frac{3}{4} \pi$$

$$\text{Жауабы: } \frac{3}{4} \pi$$

4-Есеп: Конусқа іштей сызылған пирамида табанының бір қабырғасы a және қалған үш қабырғасы b -ға тең болатын төртбұрыш. Пирамида төбесі конус жасаушысының дәл ортасында орналасқан. Конус биіктігі мен жасаушысы арасындағы бұрыш a -ға тең болса, онда пирамида көлемін табыңыз.

Шешуі: Пирамида табанындағы $ABCD$ төртбұрышына сырттай сызылған конустың табанының радиусын R деп алайық, $AB=BC=CD=b$, $AD=a$, F нүктесі AC , BD диагональдардың қиылысы. $\angle ADF = \beta$ болса, онда $\angle FDC = \angle FBC = \beta \Rightarrow AD \parallel BC$, $\angle B = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow$

$$S_{ABCD} = S_{ACD} + S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin 2\beta + \frac{1}{2} b^2 \sin 2\beta.$$

Бірақ

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot \sin \angle AFD = \frac{(AC)^2}{2} \sin 2\beta \quad (AC = BD, \angle AFD = 180^\circ - 2\beta) \Rightarrow AC = \sqrt{b^2 + ab}.$$

$$\Delta ACD \text{ үшін синустар теоремасы бойынша } R = \frac{AC}{2 \sin 2\beta}.$$

Есеп шарты бойынша пирамиданың биіктігі конустың биіктігінің жартысына тең екені белгілі, яғни ол $\frac{1}{2} R \operatorname{ctg} \alpha$ тең $\Rightarrow$

$$V_{EABCD} = \frac{1}{6} R \operatorname{ctg} \alpha \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot \frac{AC}{2 \sin 2\beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \frac{(AC)^2}{2} \sin 2\beta = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{24} (b^2 + ab)^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{24} (b^2 + ab)^{\frac{3}{2}}.$$

5-Есеп: Пирамиданың табаны конустың табанына іштей сызылған тікбұрышты үшбұрыш. Пирамида және конустың төбелері бір нүктеде беттеседі. Пирамиданың екі қыры табанындағы тікбұрышты үшбұрыштың катеттерімен жасайтын бұрышы α және β . Пирамида мен конустың көлемдерінің қатынасын табыңыз.

Шешуі: DO-кесіндісі DABC пирамидасы мен конустың ортақ биіктігі болсын, O – шеңбердің центрі, ABC тікбұрышты үшбұрышқа сырттай сызылғандықтан O нүктесі AC гипотенузаның жартысы. O нүктесінен табан жазықтығындағы AB және BC катеттеріне OE және OF перпендикулярларын сызамыз. Онда $DE \perp AB$, $DF \perp BC$ содан $\angle DEO = \alpha$, $\angle DFO = \beta$.

Егер $DO = \alpha$, онда $\triangle DOE$ ($\angle DOE = 90^\circ$): $EO = DO \operatorname{ctg} \angle DEO = \alpha \operatorname{ctg} \beta$.

$\triangle DOF$ ($\angle DOF = 90^\circ$): $FO = DO \operatorname{ctg} \angle DFO = \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.

$$AB = 2 \cdot FO = 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha, BC = 2 \cdot EO = 2\alpha \operatorname{ctg} \beta.$$

$$\triangle ABC (\angle ABC = 90^\circ): AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\alpha \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta}.$$

$$\text{Пирамиданың табанының ауданы } S = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 2\alpha^2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta,$$

$$\text{көлемі } V_1 = \frac{1}{3} S \cdot DO = \frac{2}{3} \alpha^3 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta.$$

$$\text{Конустың табанының радиусы } R = \frac{1}{2} AC = \alpha \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta}.$$

$$\text{көлемі } V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot DO = \frac{1}{3} \pi \alpha^3 (\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta)$$

енді қатынастарын табамыз:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta}{\pi (\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta)}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta}{\pi (\operatorname{ctg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \beta)}$$

6-Есеп: Дұрыс үшбұрышты пирамиданың бүйір қырының екіжақты бұрышы 2α тең. Пирамидаға сырттай сызылған конустың көлемін табыңыз, егер пирамида биіктігі h болса.

Шешуі: ABCD Пирамиданың бүйір қыры табан жазықтығымен φ бұрыш жасап және табан ABC дұрыс үшбұрыштың қабырғасын a тең деп алып, A нүктесінен CD ға AF перпендикуляр түсірейік. Егер O- табанының центрі болса, онда $DO = h$ пирамиданың биіктігі. OC түзу сызығы пирамиданың жазығына көлбеу CD ортогональ проекциясы. $CO \perp AB$ болғандықтан, онда үш перпендикулярлар теоремасы бойынша $CD \perp AB$.

Осылайша, CD түзуі AFB үшбұрышының жазықтығына қиылысатын екі AF, AB түзулеріне перпендикуляр. Бұл CD сызығы осы жазықтыққа перпендикуляр дегенді білдіреді. Сондықтан AFB пирамиданың бүйір қырындағы CD екі қырлы бұрыштың сызықтық бұрышы ABCD. Есеп шарты бойынша $\angle AFB = 2\alpha$. AFB Тең қабырғалы үшбұрыштың FM биіктігі оның медианасы мен биссектрисасы. Сондықтан

$$MF = AM \operatorname{ctg} \angle AFM = \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$MF = CM \operatorname{ctg} \angle MCF = \frac{\alpha \sqrt{3}}{2} \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\alpha \sqrt{3}}{2} \cdot \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3}}$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha}}.$$

COD тікбұрышты үшбұрыштан мынаны табамыз

$$OC = \frac{OD}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{h \sqrt{3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}.$$

$$r = OC = \frac{h \sqrt{3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}.$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\frac{1}{3} \pi h^3 (3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha)}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} = \frac{\frac{1}{3} \pi h^3 (3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1)}{3}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{1}{9} \pi h^3 (3 \operatorname{tg}^2 \alpha - 1)$$

Қорытынды

Пирамида мен конустың комбинациясына байланысты күрделі есептерді талдай келе төмендегідей қорытындылар айтуға болады

1. Бұл бағыттағы күрделі есептерді шешу үшін әрбір фигураның жеке қасиеттерін терең білу керек.
2. Пирамида мен конустың комбинациясының қандай жағдайларда жүзеге аса алатындығын білу керек.
3. Бұл бағыттағы есептерді шешу үшін оқушылардың кеңістікті ойлау қабілеті, яғни егер пирамида конустың ішінде болса, олардың биіктіктерінің түсу нүктелері қабырғаларының орналасу жүйесі табанындағы шеңберге іштей сызылған көпбұрыштың параметрлері деген сияқты мәселелерді көз алдына елестете алатындай болуы қажет.
4. Бұл жағдайларды жүзеге асырудың бірден бір жолы жаттығу, яғни осы бағыттағы әр түрлі тапсырмаларды көптеп орындау деп топшылаймыз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Готман Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения - М., 2006. - 92 с.
2. Генденштейн Л.Э., Ершова А.П., Ершова А.С. Наглядный справочник по математике с примерами. Для абитурантов, школьников, учителей. - М.: Илекса, 2005, - 192 с.
3. Гусев В.А., Мордкович А. Г. Математика: Справ. материалы - М. Просвещение, 1999. - 416 с.
4. Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. - М., 2003 - 271 с.

5. Праслов В.В. Задачи по стереометрии. – М., 2010 – 227 с.
6. Сканами М. И. Сборник конкурсных задач по математике .- М,1978.- 258 с.

Адилова Ақбота Махсетқызы¹

¹*Ахмет Байтұрсынұлы атындағы орта мектебі, Алматы облысы*

ХИМИЯНЫ ОҚЫТУДАҒЫ ИННОВАЦИЯЛЫҚ ТӘСІЛДЕР: ҚАЗІРГІ МЕКТЕПТЕГІ STEM ТЕХНОЛОГИЯСЫНЫҢ РӨЛІ

Аңдатпа. Мақалада қазіргі мектепте химияны оқытудағы STEM технологиясының рөлі талқыланады. Виртуалды зертханалар мен интерактивті қосымшалар, олардың оқу процесіне әсері және оқушылардың мотивациясы сияқты артықшылықтар мен инновациялық әдістер қарастырылады.

Түйінді сөздер: STEM технология, 3D модель, виртуалды зертхана, инновациялық технология

STEM технологиялары (ғылым, технология, инженерия және математика) қазіргі білім беруде, әсіресе жаратылыстану ғылымдарында шешуші рөл атқарады. Олар оқушыларға нақты ғылыми процестерге енуге мүмкіндік беріп, интерактивті әдістер арқылы тәжірибе жасауға, зерттеуге және үйренуге мүмкіндік береді.

Химияны оқытуда STEM технологияларын қолданудың басты артықшылықтарының бірі - химиялық процестерді визуализациялау мүмкіндігі. Заманауи бағдарламалық құралдар молекулалар мен реакциялардың 3D модельдерін жасауға мүмкіндік береді, бұл оқу процесін түсінікті етеді. Мысалы, виртуалды зертханалардың көмегімен оқушылар денсаулыққа қауіп төндірмей және химиялық реагенттерге шығынсыз эксперименттер жүргізе алады. Интернеттегі платформалар мен мобильді қосымшаларды қолдана отырып, химияны кез-келген жерде және кез-келген уақытта интерактивті сабақтарға, тесттерге және оқу ресурстарына тегін қол жеткізе алады. Ұсынылған ең пайдалы e-learning-бағдарламалардың тізімі:

- Онлайн курстар мен вебинарларды құруға арналған бағдарламалар: Articulate 360, iSpring, Adapt Learning, Moodle, MyOwnConference.
- Бейнелер мен презентациялар жасауға арналған бағдарламалар: EdPuzzle, PowToon, Loom, Prezi, Canva.
- Сыныпты басқару: Class Dojo, Classcraft, No Hands, jamboard.
- Интерактивті тақталар: Whiteboard.fi, Limnu, Conceptboard, AMP board.
- Бұлтты сақтау: Google Drive, Dropbox, Skydrive, Яндекс.Диск.
- Сауалнама және тест тапсырмаларын жасау: Learningapps, Wordwall, Survio, Kahoot, Quizizz.

Химияны оқытуда STEM технологияларын қолдану бойынша жұмысымыздың бір бөлігі ретінде айтарлықтай практикалық артықшылықтар беретін инновациялық әдістерді белсенді