УДК 519.6

Калимолдаев М.Н.

член -корр НАН РК, д.ф.м.н., проф. Институт информационных и вычислительных технологий, Алматы, Казахстан

Дженалиев М.Т.

д.ф.м.н., проф. Институт информационных и вычислительных технологий,

Ахметжанов М.А.

докторант *Института информационных и вычислительных технологий*

Т - УПРАВЛЯЕМОСТЬ МОДЕЛЕЙ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ БЕЗ РЕГУЛЯТОРА

Аннотация: В работе рассматриваются вопросы управляемости фазовых систем без регулятора, введено понятие Т- управляемости. Авторами статьи приводится доказательство того, что уравнение возмущенного движения удовлетворяет условию Т-управляемости. Авторы представили различные математические модели переходных процессов в электрической системе, предложили управление v_i в виде: $v_i = -\frac{sign(S_i)}{|S_i|}$, $i=\overline{1,l}$ придерживаются мнения о том, что условия теоремы о Т-управляемости выполняются и траектория системы попадает в положение равновесия $(\delta, S) = 0$ за время Т и остается в нем при t<T, в области D. В заключение сделан вывод, что синтезирующее управление, обеспечивающее Т-устойчивость системы без регулятора примет вид $u_i = \frac{\sin S_i}{|S_i|} - M_i(\delta)$, $i=\overline{1,l}$.

Ключевые слова: управляемость, возмущенное движение, устойчивость по Ляпунову, задача Коши, управляемый процесс.

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим уравнение возмущенного движения вида:

$$\frac{dx}{dt} = X(x,t), X(0,t) \equiv 0, \tag{1}$$

$$x(t_0) = x_0, \quad t \in [x_0, \infty], \tag{2}$$

где $x \in E^n$, $X(x,t)$ – n-мерная вектор-функция , удовлетворяющая условиям теоремы существования и единственности решения задачи Коши (1).

Определение 1.1.Невозмущенное движение $x(t) \equiv 0$ системы (1) будем называть Т - устойчивым (асимптотически Т – устойчивым или Т - устойчивым в целом), если система (1) устойчива (асимптотически устойчива или устойчива в целом) по Ляпунову и существует момент времени t_1, что

$$\lim_{t \to t_1} x(t) = 0, \tag{3}$$

где $T = t_1 - t_0 < \infty$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1.1.Если для уравнения возмущенного движения (1) найдется определенно-положительная функция $v(x,t)$, полная производная которой по времени t в силу уравнений (1) удовлетворяет неравенству :

$$\upsilon(x,(t)),t) < -K(t),\quad K(t) > 0,\quad t \in [t_0, \infty], \tag{4}$$

и t_1 определяется из условия

$$\int_{t_0}^{t_1} K(t)dt = v_0,\quad v_0 = v(x_0, t_0), \tag{5}$$

невозмущенное движение $x(t) \equiv 0$ является Т - устойчивым.

2. Постановка задачи

Рассмотрим уравнение возмущенного движения, включающие управляющие силы:

$$\frac{dx}{dt} = X(x, u, t),\ X(0, 0, t) \equiv 0, \tag{6}$$

$$x(t_0) = x_0,\quad t \in [t_0, \infty), \tag{7}$$

где $x \in E^n$, $X(x, u, t)$ – n-мерная вектор-функция, $u(x, t)$ – n-мерный вектор управляющих воздействий.

Управление удовлетворяет ограничению:

$$u(x,t) \in U \subseteq E^m \tag{8}$$

Определение 1.2. Управляемый процесс (6)-(7) будем называть Т- управляемым (асимптотически Т- управляемым или Т- управляемым в целом), если найдется управление $u(x, t) \in U$, обеспечивающее устойчивость (асимптотическую Т- устойчивость или Т- устойчивость в целом)/2/ невозмущенного движения $x(t) \equiv 0$ системы (6)-(7).

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1.2. Если для уравнения возмущенного движения (6) найдется управление $u^0(x, t) \in U$ и функция $v(x,t)$, удовлетворяющая условиям теоремы 1.1, то система (6)-(7) Т- управляема (асимптотически Т- управляема или Т- управляема в целом).

Доказательство теоремы непосредственно следует из доказательства теоремы 1.1, так как при $u = u^0(x,t)$ имеем снова систему (6)-(7),

$$X(x,u^0(x,t),t) \equiv \tilde{X}(x,t)$$

Рассмотрим математическую модель, которая описывает переходные процессы в электрической системе /1/ :

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i;$$

$$H_i \frac{dS_i}{dt} = -D_i S_i - E_i^2 Y_{ii} \sin\alpha_{ii} - P_i \sin(\delta_i - \alpha_i) - \sum_{j=1}^{l} P_{ij} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) + u$$

$$i = \overline{1,l}, \quad t \in [0,\infty), \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j, P_i = E_i U Y_{i,n-1}, P_{ij} = E_i E_j Y_{ij},$$

где δ_i – угол поворота ротора i – го генератора относительно некоторой синхронной оси вращения; S_i – скольжение i– го генератора; H_i – постоянная инерции i – ой машины; $u_i = P_{Ti}$ – механические мощности, которые подводятся к генератору; E_i - ЭДС i – ой синхронной машины; Y_{ij} – взаимная проводимость i– й и j– й ветвей системы; *U=const* - напряжение на шинах постоянного напряжения ; $Y_{i,n-1}$ – характеризует связь i – го генератора с шинами постоянного напряжения ; D_i =const ≥0 механическое демпфирование; $\alpha_{ii}, \alpha_i, \alpha_{ij}$ – постоянные величины, учитывающие влияние активных сопротивлений в статорных цепях генераторов. Сложность анализа модели заключается в учете α_{ij}, обладающих следующим свойством $\alpha_{ij} - \alpha_{ji}$. Так как при этом $\delta_{ij} = -\delta_{ji}$, то модель не является консервативной; не удается построить для нее функцию Ляпунова в форме первого интеграла. Систему принято называть позиционной моделью и она относится к классу неконсервативных систем.

В качестве синтезирующей (управляющей) функции u_i для данной системы возьмем непосредственно мощности турбин. Пусть переменные состояние и управление в установившемся послеаварийном режиме имеют следующие значения:

$$S_i = 0, \quad \delta_i = \delta_i^F, \quad u_i = u_i^F, \quad i = \overline{1,l}$$

Чтобы получить систему возмущенного движения, переходим к уравнениям в отклонениях, полагая $u_i = u_i^F + \Delta u_i,\ \delta = \delta_i^F + \Delta\delta_i,\ S_i = \Delta S_i, \quad i = \overline{1,l}$

Далее, для удобства $\Delta u_i, \Delta\delta_i, \Delta S_i$ занова обозначим через u_i, δ_i, S_i и воспользовавшись формулой $\sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) = \cos\alpha_{ij} \sin\delta_{ij} - \sin\alpha_{ij} \cos\delta_{ij}$, из системы получим

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i,$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}[-D_i S_i - f(\delta_i) - N_i(\delta) + M_i(\delta) + u_i], \tag{9}$$

$$i = \overline{1,l} \quad t \in [0,T],$$

где

$$f_i(\delta_i) = P_i[\sin(\delta_i + \delta_i^f - \alpha_i) - \sin(\delta_i^f - \alpha_i)]$$

$$N_i(\delta) = \sum_{j=1, i\neq j}^{i} N_{ij}(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_l) = \sum_{j=1, j\neq i} \Gamma_{ij}^1[\sin(\delta_{ij} + \delta_{ij}^f) - \sin\delta_{ij}^f],$$

$$M_i(\delta) = \sum_{j=1, j\neq i}^{l} \overline{M_{ij}}(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_l) = \sum_{j=1, i\neq j}^{l} \Gamma_{ij}^2[\cos(\delta_{ij} + \delta_{ij}^f) - \cos\delta_{ij}^f]$$

$$\Gamma_{ij}^1 = P_{ij}\cos\alpha_{ij}, \Gamma_{ij}^2 = P_{ij}\sin\alpha_{ij},$$

Заметим, что так как $P_{ij} = P_{ji}$, то $\Gamma_{ij}^1 = \Gamma_{ji}^1, \quad \Gamma_{ij}^2 = \Gamma_{ji}^2.$

Управления $u_i;\ i = 1, l$ ограничены:

$$|u_i| \leq \overline{\gamma_i}, i = \overline{1,l} \tag{10}$$

Чтобы компенсировать " неконсервативный " член $M_i(\delta), i = \overline{1,l}$, предположим

$$u_i = \nu_i - M_i(\delta), i = \overline{1,l}, \tag{11}$$

$\nu_i \in R_i^1$ - неизвестная синтезирующая функция.

Таким образом, рассмотрим задачу Т-управляемости системы

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}[-D_i S_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta) + \nu_i], \ i = \overline{1,l} \tag{12}$$

$$\delta = (\delta_1, ..., \delta_l), \ S = (S_1, ..., S_l), \quad t \in (0, \infty),$$

где $f_i(\delta_i)-2\pi$ -периодическая непрерывно дифференцируемая функция; $N_i(\delta)-2\pi$ -периодическая непрерывно дифференцируемая функция относительно δ_{ij}; относительно слагаемой $N_i(\delta)$ выполняется условие интегрируемости:

$$\frac{\partial N_i(\delta)}{\partial \delta_k}=\frac{\partial N_k(\delta)}{\partial \delta_i}, \; \forall i \neq k \tag{13}$$

Заданы начальные условия

$$\delta_i(0)=\delta_{i0},\; S_i(0)=S_{i0},\; i=\overline{1,l}. \tag{14}$$

Будем рассматривать функцию Ляпунова вида

$$V(\delta,S)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l} H_i S_i^2+\sum_{i=1}^{l}\int_0^{\delta_i} f_i(\delta_i)d\delta_i+\sum_{\substack{i=1\\ \xi_j=\delta_j\\ j>i}}^{l}\int_0^{\delta_i} N_i(\delta_1,\ldots,\delta_{i-1},\xi_i,\delta_{i+1},\ldots,\delta_l)d\xi_i \tag{15}$$

в области $D=\{(\delta,S)|f_i(\delta_i)\delta_i>0,$ при $\delta_i\neq 0,$

$$\overline{N}(\delta_{ij})\delta_{ij}>0 \text{ при } \delta_{ij}\neq 0,\; f_i(0)=0, \overline{N}(0)=0,\; i,j=\overline{1,l}\}, \tag{16}$$

при этом функция $V(\delta,S)$ - определенно-положительная в области D.

Здесь

$$V_{\delta_i}=H_i S_i,\; V_{S_i}=f_i(\delta_i)+N_i(\delta),\; i=\overline{1,l}, \tag{17}$$

$$\frac{dV(\delta,S)}{dt}=-\sum_{i=1}^{l} D_i S_i^2,$$

в силу системы

$$\frac{d\delta_i}{dt}=S_i,$$
$$\frac{dS_i}{dt}=\frac{1}{H_i}[-D_i s_i-f_i(\delta_i)-N_i(\delta)],\; i=\overline{1,l} \tag{18}$$

без управляющих воздействий $v_i, i=\overline{1,l}$. Следовательно,

$$\left.\frac{dV(\delta,S)}{dt}\right|_{(4.63)}=-\sum_{i=1}^{l} D_i S_i^2\leq 0 \tag{19}$$

Действительно,

$$\left.\frac{dV(\delta,S)}{dt}\right|_{(18)} = -\sum_{i=1}^{l}\left[\frac{\partial V}{\partial S_i}\dot{S}_i + \frac{\partial V}{\partial \delta_i}\dot{\delta}_i\right] = \sum_{i=1}^{l}\left[(f_i(\delta_i)+N_i(\delta))S_i + H_iS_i\frac{1}{H_i}(-D_iS_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta))\right] =$$

$$= -\sum_{i=1}^{l} D_iS_i^2.$$

Вычислим полную производную от функций Ляпунова $V(\delta,S)$ в силу системы (12):

$$\left.\frac{dV(\delta,S)}{dt}\right|_{(12)} = \left.\frac{dV(\delta,S)}{dt}\right|_{(12)} + \sum_{i=1}^{l} S_iv_i \le \sum_{i=1}^{l} S_iv_i \qquad (20)$$

Если возьмем управление v_i в виде:

$$v_i = -\frac{sign\{S_i\}}{|S_i|},\quad i = \overline{1,l}, \qquad (21)$$

то

$$\left.\frac{dV(\delta,S)}{dt}\right|_{(12)} \le -\sum_{i=1}^{l}\frac{s_i sign\{S_i\}}{|S_i|} = -\sum_{i=1}^{l}\frac{|S_i|}{|S_i|} = -l < 0,$$

где $k = l = 0$.

Условия теоремы о Т-управляемости выполняются и при этом

$$T = \frac{V_0}{l} = \frac{V(\delta_0,S_0)}{l} < \infty$$

и траектория системы (12) попадает в положение равновесия $(\delta,S) = 0$ за время Т и остается в нем при t<T, в области D.

Следовательно, синтезирующее управление, обеспечивающее Т-устойчивость системы без регулятора примет вид:

$$u_i = \frac{\sin S_i}{|S_i|} - M_i(\delta),\ i = \overline{1,l}. \qquad (22)$$

Список литературы

1 Андерсон П., Фуад А. Управление энергосистемами и устойчивость. –М.: нергия, 1980. -568 С. Наука.

2 Бияров Т.Н., Калимолдаев М.Н., Кенесбаев С.М. Т-управляемость в целом нелинейных систем автоматического управления // «Деп. научные работы», КазГОСИНТИ, вып.2.№3909-Ка92, Алматы, 1992.-6С.

Калимолдаев М.Н.
ҚР ҰҒА-ның корреспондент мүшесі, ф-м.ғ.д., проф., Ақпараттық және есептеуіш техногиялар институты, Алматы, Қазақстан
Дженалиев М.Т.
Ф-м.ғ.д., проф., Ақпараттық және есептеуіш техногиялар институты, Алматы, Қазақстан
Ахметжанов М.А.
Ақпараттық және есептеуіш техногиялар институты докторанты, Алматы, Қазақстан

ФАЗАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕР МОДЕЛЬДЕРІНІҢ РЕТТЕГІШСІЗ Т-БАСҚАРЫМДЫЛЫҒЫ

Андатпа. Мақалада реттегішсіз фазалық жүйелердің басқарымдылық мәселесі қарастырылып, Т-басқарымдылық ұғымы енгізіледі. Қобылжымалы қозғалыс теңдеуінің Т-бақарымдылық шартын қанағаттандыратыны дәлелденген.

Кілт сөздер: басқарымдылық, қобылжымалы қозғалыс, Ляпунов бойынша орнықтылық, Коши есебі, басқарылымды үдеріс.

Kalimoldayev M.N.
Member of the National Academy of Sciences of Kazakhstan, Doctor of Physics-mathematical sciences,
Institute of Information and computing technologies, Almaty, Kazakhstan

Zhenaliyev M.T.,
Doctor of Physics-mathematical sciences, Institute of Information and computing technologies, Almaty, Kazakhstan
Akhmetzhanov M.A.
PhD student, Institute of Information and computing technologies, Almaty, Kazakhstan

T - HANDLING MODELS OF PHASE SYSTEMS WITHOUT REGULATOR

Abstract: The paper deals with the handling phase systems without control, the concept of T-handling. The authors provided evidence that the equation of perturbed motion satisfies T-handling. The authors have presented a variety of mathematical models of transients in the electrical system, proposed by the Office in the form of the opinion that the conditions of the theorem of T-handling are performed and the system path gets into a position of equilibrium for the time T and remains in it when t <T, in D. Finally, it was concluded that synthesizes management creating T-stability of the system without the regulator takes the form $u_i = \frac{\sin \xi_i}{\xi_i} - M_i(\bar{\sigma}),\ i = \overline{1,l}.$

Key words: control, the perturbed motion, Lyapunov stability, Cauchy problem, controlled process.