

*IRSTI 14.07.09*

*В. Г. Бостанов<sup>1</sup>, Д. Н. Төлбасы<sup>2</sup>*

*<sup>1</sup>Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан*

*<sup>2</sup>С. Демирел атындағы университеті, Қаскелең, Қазақстан*

## **ОҚУШЫЛАРҒА СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН КОМПЬЮТЕРЛІК БАҒДАРЛАМАЛАРДЫ ҚОЛДАНЫП ОҚЫТУ ӘДІСТЕРІ**

**Аңдатпа.** Бұл мақалада математиканы электронды оқытудың болашақ дамуы үшін ерекше маңызы бар дамыған технологиялар мен GeoGebra қосымшасы арқылы оқытудың тиімділіктері көрсетілген. GeoGebra - бұл геометрия, алгебра, статистика және математикалық талдау бойынша интерактивті қосымша, математика мен жаратылыстану пәндерін бастауыш сыныптан университет деңгейіне дейін оқытып, үйретуге мүмкіндік беретін арнайы программалық орта. Оны белсенді және проблемалы-бағытталған оқыту үшін сыныпта да, үйде де математикалық тәжірибелер мен жаңашылдықтарға қолдануға болады. Бұл жұмыста біз математикалық есептерді құру, шешу және суреттеу, сызбалар мен графиктер сызу үшін жоғарыда аталған бағдарламалық жасақтаманы қолданудың эскизін көрсетеміз. Сонымен бірге екі айнымалы бар сызықтық теңдеулер жүйесін GeoGebra қосымшасында пайдаланып, шешу алгоритмі сипатталады.

**Түйін сөздер:** GeoGebra, мектеп математикасы, шығармашылық орта, дидактикалық, эксперимент, технология.

\*\*\*

**Abstract.** This article shows the effectiveness of teaching mathematics using Hi-tech and through application GeoGebra, which are of particular importance for the future development of e-learning of maths. GeoGebra is an interactive application for geometry, algebra, statistics and calculus, a special software environment that allows you to learn and teach mathematics and natural science from elementary school to university. It can be used for mathematical experiments and innovations both in the classroom and at home for active and problem-oriented learning. In this article, we show a sketch of the using of the above-mentioned software for creating, solving and illustrating mathematical problems, drawing plots and graphs. An algorithm for solving a system of linear equations with two variables using the GeoGebra environment is also described.

**Keywords:** GeoGebra, school mathematics, creative environment, didactic experiment, technology.

\*\*\*

**Аннотация.** В этой статье показаны передовые технологии и эффективность обучения через приложение GeoGebra, которое имеет особое значение для будущего развития электронного обучения в математике. GeoGebra-это интерактивное приложение по геометрии, алгебре, статистике и математическому анализу, специальная программная среда, которая позволяет изучать и преподавать математику и естественные науки от начального до университетского уровня. Он может быть использован для математических экспериментов и инноваций как в классе, так и дома для активного и проблемно-ориентированного обучения. В данной работе мы покажем эскиз использования вышеупомянутого программного обеспечения для создания, решения и иллюстрации математических задач, рисования чертежей и графиков. Также описан алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными с помощью приложение GeoGebra.

**Ключевые слова:** GeoGebra, школьная математика, творческая среда, дидактический эксперимент, технология.

Математикалық цифрлық құралдар бірлесіп шығармашылықпен жұмыс жасауға және өздігінен оқып үйренуде өте тиімді (Джоши, 2017) [1]. Цифрлық білім ресурстары оқушыларды жан-жақты оқуға ынталандырады, әрі математикалық модельдеуді, математикалық формалар мен фигураларды визуализациялауға үйретеді. Өздігінен оқу, технология және интеллект негізінде оқыту - қазіргі заманғы педагогикалық практикада қолданылуы шарт негізгі контексттердің бірі болып саналады [2].

Мұндағы негізгі мақсатымыз - ақпараттық-коммуникациялық технологиялар (АКТ) құралдарын, арнайы математикалық пакеттерді, соның ішінде GeoGebra қосымшасын қолдана отырып, проблемалық оқыту ретінде сызықтық тендеулер жүйесін шешу әдісін ұсыну болып табылады. Шадаан [3], Арбайн мен Шукор [4], Дикович [5], Окал [6], Зулнайди мен Замри [7] секілді ғалымдардың жасаған зерттеу нәтижелері бойынша математиканы үйренуде, математикалық түсінік қалыптастыруда, есеп шығаруда өздеріне деген сенімдерін арттырып, математиканы оқуға қызығушылықтарын арттыруда оқушылар GeoGebra-ның пайдалы әрі қызықты құрал екендігін жоғары бағалады. Мұнда олар есептер шығару барысында интербелсенді негізгі құрал ретінде GeoGebra геометриялық ортасын қолданған.

GeoGebra - бұл геометрияны, алгебраны және математикалық есептеулерді біріктіретін, еркін білім беретін математикалық бағдарлама.

GeoGebra – планиметрияда сызғыш пен циркульдің көмегімен «тірі сызбалар» жасауға мүмкіндік беретін еркін таратылатын (GPL) геометриялық динамикалық орта. Бағдарламаның авторы Маркус Хохенвартер, 49 тілге аударылған, Java тілінде жазылған ең қолайлы бағдарламалардың бірегейі.

Соңғы онжылдықта зерттеушілер мен мұғалімдердің қызығушылығын оятып жүрген динамикалық геометрия жүйесі немесе интерактивті геометриялық жүйе, анимациялы математика десек те болады. Бүгінде интерактивті геометриялық жүйе (ИГЖ) екіге бөлінеді:

- Екі өлшемді геометрия бағдарламаларына (2D): Cabri Geometry, The Geometer's Sketchpad (орысша «Живая математика»), GeoGebra, GeoNext.

- Үш өлшемді геометрия бағдарламаларына Archimedes Geo3D, Geometria, Geogebra (5.0 нұсқасы) жатқызуға болады.

GeoGebra - анықталған интегралдарды оқытуда [8], функция [9], үшбұрыш [10], арифметика [11], шеңбер [3], тригонометриялық функциялар [12], туындылар [6], геометрия [13], бөлшек [14], тригонометрия [2], аналитикалық геометрия [15], координаттық геометрия [16], статистика және дифференциалды есептеулерде [5] тиімді. Бұл зерттеулер GeoGebra-ның маңыздылығын және қолданысқа ыңғайлы әрі тиімді екенін көрсетеді.

Математиканы оқыту процесінде АКТ құралдарын қолданудың артықшылықтары мен пайдасы жайында көптеген ғылыми-әдістемелік жұмыстар жазылған. Оқу үдерісінде интербелсенді геометриялық жүйелерді қолдану, ғалымдар мен оқытушылардың зерттеу жұмыстарының өзекті бағыттарының бірі болып табылады:

- Математикалық конструктор жүйесінде моделдер мен оқу материалдарын құрастыру.

- Математикалық конструктор жүйесі арқылы оқушылардың логикалық-визуалды ойлау қабілеттерін арттыру.

- 5-6 сынып оқушыларына математиканы оқыту барысында интерактивті геометриялық жүйені қолдану арқылы креативті ойлау қабілеттерін дамыту.

- Теоремалармен жұмыс жасаудың ір бөлігінде GeoGebra қосымшасын пайдаланудың артықшылықтары.

- Оқу және әдістемелік қолданыста GeoGebra-ның беретін функционалды мүмкіндіктері және т.б.

Қосымшаны GeoGebra – ның сайтынан жүктеп алуға болады (<https://www.geogebra.org>), ал ақпарат пен тәжірибе алмасу мақсатында үнемі жаңарып отыратын методикалық және дидактикалық материалдарды қамтитын GeoGebraTube (<http://www.geogebraTube.org>) вебсервисін қолдануға болады. GeoGebra динамикалық геометрия бағдарламасының компьютерлік құралдары, негізгі геометриялық объектілерді (нүкте, сызық, шеңбер, вектор, көпбұрыш, бұрыш) және

геометриялық объектілерде қосымша операцияларды іске асыруға (мысалға, кесіндіні қаж бөлу, бұрышты  $N$  тең бөліктерге бөлу, кесіндінің ұзындығын өлшеу, бұрыштың шамасын өлшеу және басқалары) мүмкіндік беретін стандартты құралдар жиынтығын қамтиды. Компьютерлік құралдардан басқа, деректерді, пәрмендер мен функцияларды пернетақтадан тікелей енгізуге болады. Осылайша, GeoGebra құралдары мен командаларының көмегімен геометриялық объектілердің құрылысымен қоса алгебралық есептеулерді де жасауға болады.

Жүйенің шешімін құру идеясы сол теңдеулерді функцияның графикалық жүйесіне енгізу мен оларды талдау арқылы жүзеге асатын болады. Яғни: а) оқушылар графиктерді қолдана отырып, теңдеулер жүйесін шеше алады; ә) оқушылар теңдеулер жүйесін алмастыру тәсілі арқылы шешіп, өз жұмыстарын GeoGebra-да сызған графиктері арқылы тексере алады; б) берілген қиылысу нүктесі арқылы екі қиылысатын түзу жасай біледі; в) түзулердің қиылысу нүктесін табу арқылы теңдеулер жүйесінің шешімін көре алады. Нәтижесінде теңдеулер жүйесінің шешімі деген ұғымның не екендігін түсінеді. Мектеп бағдарламасының аясында берілетін жүйенің әр теңдеуі келесі жағдайларды береді:

- нүкте;
- қиылысатын түзулер;
- сәйкес келетін түзулер;
- параллель түзулер.

Теңдеулер жүйесі, әсіресе екі айнымалысы бар теңдеулер жүйелерін шешу, мектеп алгебра курсының ең қиын бөлімдерінің бірі. Теңдеулер жүйесін шешу тәсілдері:

- Алмастыру тәсілі.
- Алгебралық қосу тәсілі.
- Жаңа айнымалы енгізу тәсілі.
- Функционалды-графикалық тәсіл.

Енді функциялардың графикасы мен түзудің теңдеуі тақырыбына GeoGebra программасы көмегімен практикалық жұмыстың орындалу алгоритмін көрсетейік:

1. GeoGebra бағдарламасының апплетін ашып, оны жұмыс үстелінде сақтаныз.

2. Файлға сіздің тегіңіз көрсетілген атау беріңіз.

3. Деректерді енгізу үшін жүгірткінің астында орналасқан мәзірдегі «жазу» мәтіндік жәшігін қолданыңыз.

4. Жұмыстың соңында барлық өзгерістерді сақтап, мұғалімнің почта адресіне тексеруге жіберіңіз.

GeoGebra қосымшасы арқылы моделдеу

1. Түзудің негізгі коэффициенті мен бос мүшесіне мәндер бергенде бүтін сандарды қолданыңыз және мән беру барысында апплеттің өлшемін есепке алыңыз.

2. Осы түзудің екі нүктесінің координаталарын есептеп, деректерді мәтіндік жәшіктің көмегімен кестеге енгіземіз.

3. Осы нүктелерді координаталық жазықтыққа орналастырып, сол нүктелерді қосу арқылы түзу сызамыз.

4. Түзулердің негізгі коэффициенттері әртүрлі болатындай етіп алынған 2-ші түзу үшін де дәл солай кесте толтырып, сол координаталық жазықтықта түзуді сызамыз.

5. Түзулердің қиылысу нүктесін белгілейміз.

6. Қиылысу нүктесінен координата өстеріне перпендикуляр жүргізу арқылы нүктенің координаталарын тауып, координата өстерімен қиылысқан нүктелерді кесіндінің көмегімен байланыстырамыз.

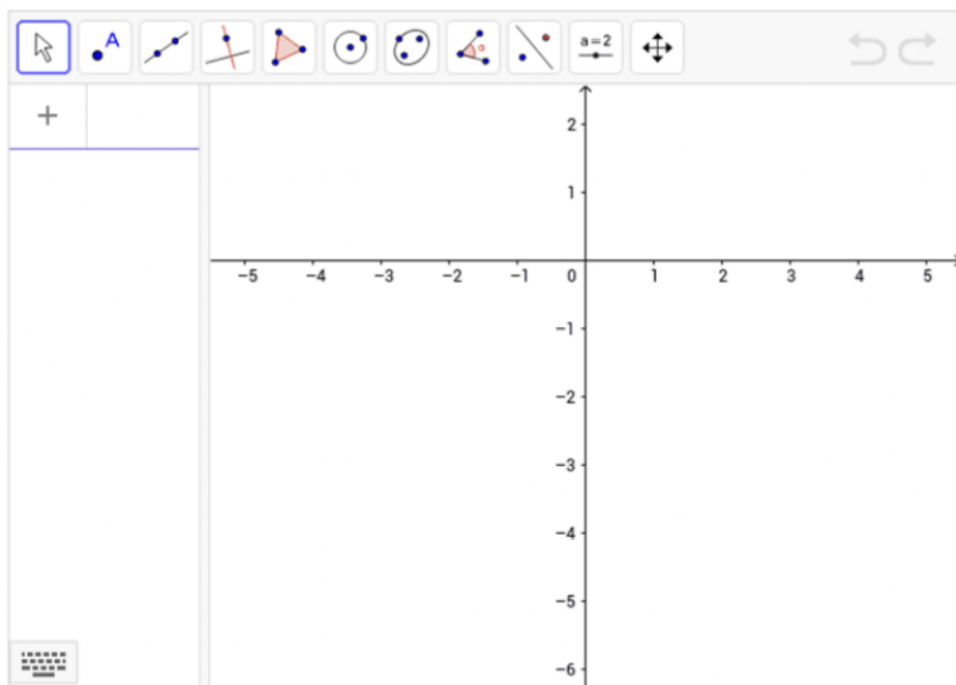
7. Кесіндіні үзік сыздыққа ауыстырамыз.

8. Әр түзудің көлбеуін анықтаймыз.

9. Түзулердің шрифтің 9-ға ауыстырып, қалаған түспен белгілейміз.

10. Қиылысқан нүкте мен оның координаталарын қанық түспен бояп көрсетеміз.

Сызықтық теңдеу жүйесін оқушыларға GeoGebra қосымшасы арқылы теңдеулердің шешу жолын көрсетіп, оқушыларға геогейбра қосымшасы арқылы тапсырмалар берілуі оқушылардың визуалдық ойлау қабілетінің артуына ықпал етеді. Оқушылар қосымшада екі нүкте белгілеп, сол нүктеден өтетін түзудің функциясын анықтай алады және екі функция қосымшаға салу арқылы сызқтық теңдеулердің шешімін көре алады. Енді екі айнымалысы бар сызқтық теңдеулір жүйесін GeoGebra қосымшасында қолдану нұсқаулығымен танысамыз.



1-сурет. GeoGebra программасының интерфейсі.

Теңдеудің графигін құру үшін кіріс бөліміне (қызыл түспен көрсетілген) 2 координатаны жазыңыз (1-сурет). Координаттарды  $(x, y)$  ретінде енгізгеніңізге көз жеткізіңіз.

Графиктері түзу болатын екі айнымалысы бар теңдеулер жүйесі  $y_1 = m_1x + b_1$  және  $y_2 = m_2x + b_2$  түрінде берілген. Түзулердің орналасуы мен сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімдерінің әртүрлілігін көрсету мақсатында  $m_1, b_1, m_2, b_2$  параметрлерін жүгірткі арқылы ауыстыруға болады.

Келесі екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулерді геогebra қосымшасында қолданайық.

$\begin{cases} y_1 = -x - 1 \\ y_2 = x - 2 \end{cases}$  теңдеуін Geogebra қосымшасына салайық. Қосымшаға 1-суретте көрсетілген жерге  $y_1 = -x - 1$  теңдеуін жазайық және пайда болған сызықтық түзуді қызыл түспен белгілейік.  $m_1 = -1, b_1 = -1$  екені белгіле болды (2-сурет).

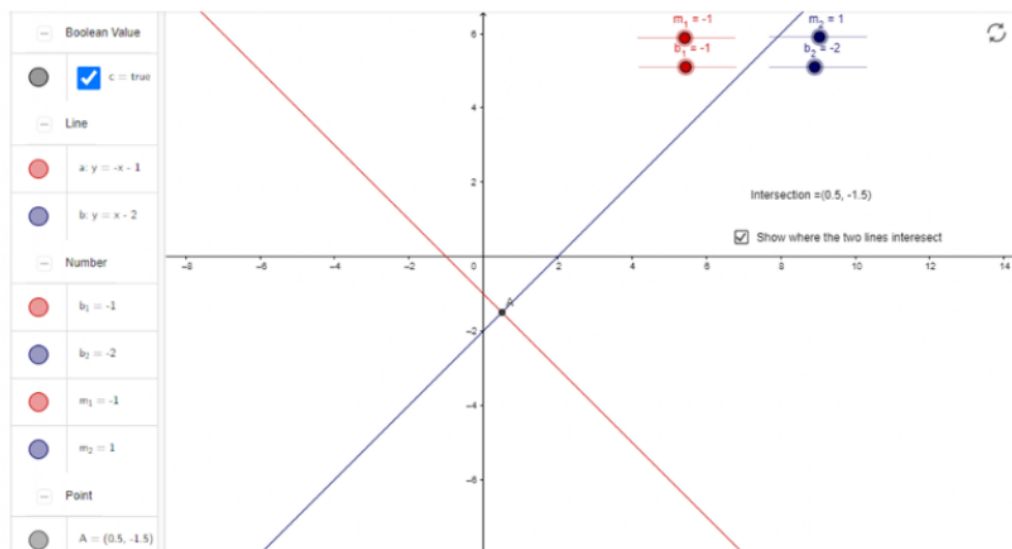
Енді қосу батырмасын басып  $y_2 = x - 2$  теңдеуін жазайық және пайда болған сызықтық түзуді күлгін түспен белгілейік.  $m_2 = 1, b_2 = -2$  екені белгілі болды (2-сурет). Екі сызықтық теңдеудің графигі бір нүктеде қиылысқаны көрінді. Қиылысқан нүктенің үстінен басатын болсақ нүкте  $(0.5; -1.5)$  координатасын көрсетеді. Бұл нүкте екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі болып табылады.

Енді келесі екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесін қарастырайық.

$$\begin{cases} y_1 = 2x + 3 \\ y_2 = 2x - 2 \end{cases} \text{ теңдеуін Geogebra қосымшасына салайық. Қосымшаға}$$

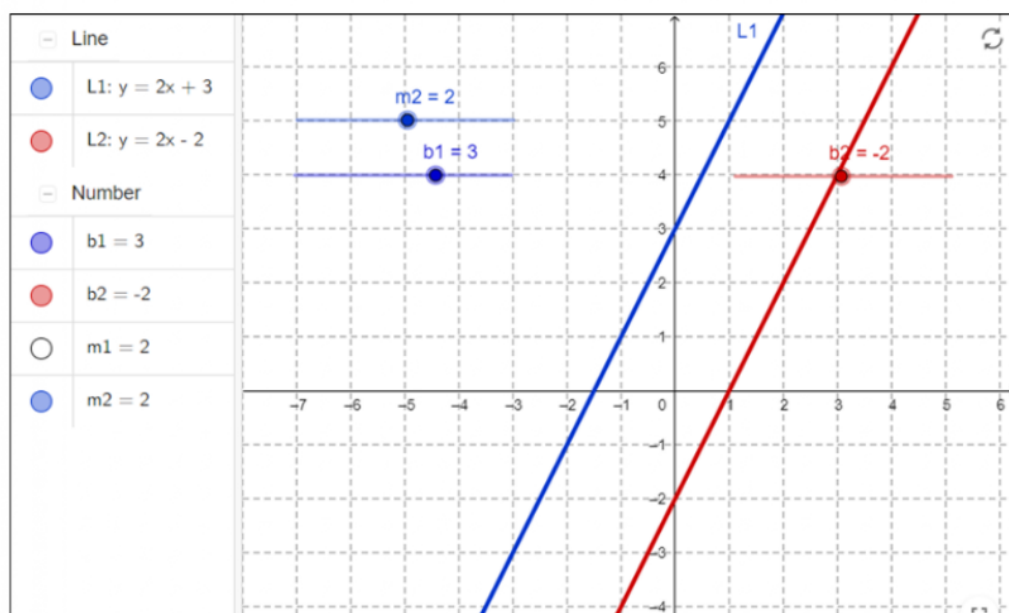
1-суретте көрсетілген жерге  $y_1 = 2x + 3$  теңдеуін жазайық және пайда болған сызықтық түзуді көк түспен белгілейік.  $m_1 = 2$ ,  $b_1 = 3$  екені белгіле болды (3-сурет). Енді қосу батырмасын басып  $y_2 = 2x - 2$  теңдеуін жазайық және пайда болған сызықтық түзуді қызыл түспен белгілейік.  $m_2=1, b_2=-2$  екені белгілі болды. 3-сурет екі сызықтық теңдеудің графигі бір-біріне параллель екені көрінді және қиылысу нүктесі табылмады. Сызықтық теңдеулердің графигі қиылыспағандықтан екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесінің шешімі жоқ болып табылады. Сонымен біз екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулерге байланысты 2 түрлі шешімін көрсетеміз:

- 1) бір ғана шешімі бар (2-сурет);
- 2) түзулер параллель және оның шешімі жоқ (3-сурет);



2-сурет. Теңдеулер жүйесінің шешімінің бар болуы.

2- суретте теңдеулер жүйесі  $A(0.5; -1.5)$  нүктесінде қиылысады. А нүктесі- теңдеулер жүйесінің шешімі болып табылады.



3-сурет. Теңдеулер жүйесінің шешімінің болмауы.

Сондай-ақ, мәселені кері тәртіпте қарастыруға болады: екі түзудің әрқайсысын екі нүктенің көмегімен беріп сызықтық теңдеулер жүйесіне келтіруге болады. Осылайша, оқушыларға жазықтықтағы түзу мен екі айнымалысы бар сызықтық теңдеу ұғымдарының абстрактты мағынада бір екенін көрсете аламыз.

Қорыта айтқанда, оқушылардың Geogebra-ны теңдеулер жүйесіне қолдануы, оқушылардың визуалды дамуына және ойлау қабілетінің артуына ықпал етеді. Жаңа технологиялар оқушылардың білім сапасын арттыруға, олардың ой-өрісін дамытуға мүмкіндік береді. Үнемі өзгеріп отыратын әлем адамның қабілеті мен ынтасын талап етеді. Көшбасшылық қабілетінің негізгі көрсеткіштерінің бірі – этика саласындағы ғылыми жаңалықтар мен озық тәжірибені меңгеру. Оларды күнделікті іс-әрекетте пайдалану. Сондықтан оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамыту жалпы білім беретін пәндерді оқу барысында алған білімдері мен дағдылары және еңбек пен оқу процесінде ойлаудың өмірлік тәжірибесі негізінде жүзеге асырылады. Жасалған зерттеулердің нәтижесі бойынша, барлық математика мұғалімдеріне бұл бағдарламаны өз сабақтарында сызықтық теңдеулер жүйесін графиктік тәсіл арқылы шешуді үйрету барысында қолданылу өте тиімді болып табылады. Сондықтан да, оқу бағдарламаларын құрастырушылар мен оқулық авторларына, сызықтық теңдеулерді оқыту барысында күнтізбелік жоспар мен мектеп оқулықтарына осындай динамикалық математикаға негізделген тақырыптарды немесе тарауларды енгізу ұсынамыз.

### **Пайдаланылган әдебиеттер тізімі**

- 1 Joshi, D. R. (2017). Influence of ICT in Mathematics Teaching. *International Journal for Innovative Research in Multidisciplinary Field*, 3(1), 7–11. URL: [https://education.ti.com/sites/UK/downloads/pdf/Secondary\\_Maths\\_Entitlement.pdf](https://education.ti.com/sites/UK/downloads/pdf/Secondary_Maths_Entitlement.pdf)
- 2 Zengin, Y., Furkan, H., & Kutluca, T. (2012). The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31(2011), 183–187. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.038>
- 3 Shadaan, P., & Eu, L. K. (2013). Effectiveness of Using GeoGebra on Students' Understanding in Learning Circles. *Malaysia Online Journal of Educational Technology*, 1(4), 1–11.
- 4 Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172(2007), 208–214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- 5 Diković, L. (2009). Applications geogebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191–203. <https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>
- 6 Ocal, M. F. (2017). The Effect of Geogebra on Students' Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Applications of Derivative. *Higher Education Studies*, 7(2), 67. <https://doi.org/10.5539/hes.v7n2p67>
- 7 Zulnaidi, H., & Zamri, S. N. A. S. (2017). The effectiveness of the geogebra software: The intermediary role of procedural knowledge on students' conceptual knowledge and their achievement in mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 2155–2180. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01219a>
- 8 Tatar, E., & Zengin, Y. (2016). Conceptual Understanding of Definite Integral with GeoGebra. *Computers in the Schools*, 33(2), 120–132. <https://doi.org/10.1080/07380569.2016.1177480>
- 9 Zulnaidi, H., & Zakaria, E. (2012). The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students. *Asian Social Science*, 8(11), 102–106. <https://doi.org/10.5539/ass.v8n11p102>
- 10 Ozcakir, B., Aytakin, C., Altunkaya, B., & Doruk, B. K. (2015). Effects of Using Dynamic Geometry Activities on Eighth Grade Students' Achievement Levels and Estimation Performances in Triangles. *Participatory Educational Research*, 2(3), 43–54. <https://doi.org/10.17275/per.15.22.2.3>
- 11 Kamariah, A. B., Ahmad Fauzi, M. A., & Rohani, A. T. (2010). Exploring the effectiveness of using GeoGebra and e-transformation in teaching and learning Mathematics. *Advance Educational Technologies*, 19–23.
- 12 Ibrahim, K., & Ilyas, Y. (2016). Teaching a concept with GeoGebra: Periodicity of trigonometric functions\*. *Educational Research and Reviews*, 11(8), 573–581. <https://doi.org/10.5897/err2016.2701>

- 13 Jelatu, S., Sariyasa, & Made Ardana, I. (2018). Effect of GeoGebra-aided REACT strategy on understanding of geometry concepts. *International Journal of Instruction*, 11(4), 325–336. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.11421a>
- 14 Bulut, M., Akçakın, H. Ü., Kaya, G., & Akçakın, V. (2016). The effects of geogebra on third grade primary students' academic achievement in fractions. *Mathematics Education*, 11(2), 327–335. <https://doi.org/10.12973/iser.2016.2109a>
- 15 Khalil, M., Farooq, R. A., Çakiroglu, E., Khalil, U., & Khan, D. M. (2018). The development of mathematical achievement in analytic geometry of grade-12 students through GeoGebra activities. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1453–1463. <https://doi.org/10.29333/ejmste/83681>
- 16 Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: Enlightening Coordinate Geometry learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8(5), 686–693. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.095>