

FTAMP 27.01.45

Ж.Т. Қайыңбаев¹, Э.Т. Амантаева²

^{1,2}Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

ӘР ТҮРЛІ ҚОЗҒАЛЫСҚА БАЙЛАНЫСТЫ КҮРДЕЛІ ЕСЕПТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Аңдатпа. Математикалық пәндерді оқыту барысында маңызды роль атқаратын мәселелердің бірі есеп және оның ішінде қозғалысқа байланысты есептер. Өмірдегі қозғалыстардың түрі өте көп. Бір түзу бойымен бір бағытта болатын немесе қарама қарсы бағытта болатын қозғалыстар, бір нүктеден басталатын немесе әр түрлі нүктеден басталатын қозғалыстар, әр бағытта болатын қозғалыстар, шеңбер бойымен бір бағытта немесе қарама қарсы бағытта болатын қозғалыстар, осы жағдайлардағы бір нүктеден немесе әр түрлі нүктеден басталатын қозғалыстар және т.б. Бір объектінің немесе екі, үш және одан да көп объектінің қозғалыстары. Мақалада, осындай қозғалыс түрлерінің математикалық моделдері сарапталады.

Түйін сөздер: есеп, қозғалысқа байланысты мәтінді есеп, бір бағыттағы қозғалыс, қарама -қарсы бағыттағы қозғалыс, қозғалыс интервалы, екі қозғалушының бір- біріне жақындауы, шеңбер бойымен қозғалыс.

Аннотация. Одним из важнейших вопросов в преподавании математических дисциплин является решение задач, в том числе решение задач, связанные с движением. В жизни есть множество типов движений. Движения в одном или в противоположном направлении вдоль одной прямой, движения, начинающиеся из одной точки или из разных точек, движения в разных направлениях, движения в одном направлении или в противоположном направлении по окружности, в этих же случаях движения, начинающиеся с одной или разных точек т.д. Движения одного, двух, трех или более объектов. В статье анализируются математические модели таких типов движения.

Ключевые слова: задача, сложная задача, задачи на движение, движение в одном направлении, движение в противоположном направлении, интервал движения, приближение двух движущихся объектов, движение по окружности.

Abstract. One of the most important issues in teaching mathematical disciplines is problem solving, including the solution of problems related to movement. There are many types of movement in life. Movements in one or the opposite direction along one straight line, movements starting from one point or from different points, movements in different directions, movements in one direction or in the opposite direction along a circle, in the same cases, movements starting from one or different points etc. Movement of one, two, three or more objects. The article analyzes the mathematical models of these types of movement.

Keywords: problem, complex problem, , movement problem, movement in one direction, movement in the opposite direction, interval of movement, approach of two moving objects, movement in a circle.

Қазіргі кезде, адамдар, мейлі ол егде жаста болсын, мейлі ол орта жаста болсын, мейлі ол жас болсын кез келген мәселеге прагматикалық тұрғыдан қарайтын болды. Бұл жағдайдан жалпы білім беретін орта мектеп оқушылары да, ЖОО-ның студенттері де шет қалған жоқ. «Мына пәнді неменеге оқытады?», «Осы пәнді оқығаннан маған не пайда?» және т.б деген сияқты тұжырымдарды оқушылардан да, студенттер мен магистранттардан да естіп жүргеніміз осы жағдайдың айқын көрнісі ғана емес дәлелі де.

Мәдени айналымға 19 ғ-дың 70-жылдарында америкалық философ Ч.С. Пирс (1839 — 1914) енгізген, арықарай әр бағытта негізінен американдық ғалымдар дамытқан, сондықтанда таза АҚШтық философия деп қабылданған, қазақша іс әрекет деп аударылатын прагматизм, қазіргі кезде АҚШ қоғамында ықпалға ие. Философиядағы, педагогикадағы негізгі идеясы «... ақиқат практикалық нәтижелерінің құндылығына қарай анықталады» деп пайымдалатын прагматизмнің бір көрнісі жоғарыдағы айтқан тұжырымдар десек қателеспейміз[1].

Ал, мәтінді есептер деген не? Осы мәтінді есеп саласы бойынша іргелі еңбектердің авторы болып табылатын Д. Пойаның айтқанын қарапайым тілмен айтсақ, бізді қоршаған ортада, күнделікті өмірде сандарға және олармен орындалатын амалдарға байланысты көптеген жағдайлар, оқиғалар бар. Мәтінді есеп дегеніміз осы жағдайлар, оқиғалар[2],[3].

Демек, математиканы оқыту неге қажет деген прагматикалық сұраққа жауап беретін математиканың мазмұнындағы ең басты материал - ол мәтінді есеп.

Осы мәтінді есеп түрлері жайлы мәселе көтерілгенде, осы сала мамандарының (Бидосов Ә, Сыдықова Б, Дәулетқұлова А, Қосанов Б, Фридман Л.М, Пойа Д, Баженова Н.Г, Колягин. Ю. М ,Лурье М.В, Саранцев Г.И, Демидов Т.Е, Тонких А.П) тұжырымдауынша, ең жиі кездесетін есеп түрі қозғалысқа байланысты мәтінді есептер. Бұл жағдайдың ақиқаттығын мектеп математика пәні мұғалімдері де,

математика пәні оқулықтарын талдау да нақты көрсетіп отыр. Осы жолдардың авторының зерттеуі бойынша мектеп математика мазмұнындағы мәтінді есептердің 65% қозғалысқа байланысты есептер.

1. Авто жарыста жеңімпаз автомобильдің орташа жылдамдығы соңғы келген автомобильдің орташа жылдамдығынан 20 км/сағ-қа жоғары болды. Егер соңғы келген қатысушы әр километрді 1 секундқа тезірек жүріп өтсе, онда ол жеңімпаз арасындағы уақыт аралығын 2 есе қысқартқан болар еді. Жеңімпаз автомобильдің жылдамдығын табыңыз.

Шешуі:

$$V_1 = x + 20$$

$$V_{\text{соңғы}} = x$$

t бірінші мен соңғының уақыт айырмашылығы

$$t = t_1 - t_{\text{соңғы}}$$

$$t = \frac{S}{x} - \frac{S}{x + 20}$$

$$t_{\text{соңғы}} \text{ за } 1 \text{ км} = \frac{1}{\text{сағ}}$$

$$t_{\text{жаңа}} (1 \text{ сек кем}) = \frac{1}{x} - 1 \text{сек}$$

$$x_{\text{жаңа}} = \frac{3600x}{3600 - x}$$

$$t_1 = \frac{S(3600 - x)}{3600x} - \frac{S}{x + 20}, t_1 = \frac{t}{2}$$

$$\frac{S}{x} - \frac{S}{x + 20} = 2 \left[\frac{S(3600 - x)}{3600x} - \frac{S}{x + 20} \right] / : S$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 20} = 2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3600} - \frac{1}{x + 20} \right)$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 20} = 2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3600} - \frac{1}{x + 20} \right)$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 20} = \frac{2}{x} - \frac{1}{1800} - \frac{2}{x + 20}$$

$$1800(x + 20) - 1800 - x^2 - 20x = 0$$

$$x^2 + 20x - 36000 = 0$$

$$(x + 200)(x - 180) = 0$$

$$x_1 = -200 \quad x_2 = 180$$

Жауабы: 180 км/сағ

2. Арасы 1 м қашықта болатын А және В нүктелерінен түзу бойымен бір уақытта 2 дене қозғалысын бастайды. Бірінші дене тұрақты жылдамдықпен А нүктесінен В нүктесіне қарай қозғалады, ал екінші дене сол бағытта 16 м/с бастапқы жылдамдықпен және белгілі бір үдеумен қозғалады. Қозғалыс басталғаннан 1 секундтан кейін екінші дене 15 метрден артық емес қашықтықта, тағы 1 секундтан соң 25 метрден кем емес қашықтықта болады. Егер қозғалыс басталғаннан 3 с соң екі дененің арақашықтығы 2 м болса, бірінші дененің жылдамдығын табындар.

Шешуі:

x м/с – бірінші дененің жылдамдығы болсын

a м/с² – екінші дененің үдеуі болсын

$$t=1$$

$\vartheta_0 = 16$ м/с - II дененің бастапқы жылдамдығы

$$s = \vartheta t + \frac{at^2}{2}$$

1-шарт:

$$16 * 1 + \frac{a * 1^2}{2} \leq 15$$

$$16 + \frac{a}{2} \leq 15$$

$$\frac{a}{2} \leq -1$$

$$a \leq -2$$

2-шарт:

$$16 * 2 + \frac{a * 2^2}{2} > 25$$

$$32 + \frac{4a}{2} \geq 24$$

$$2a \geq -8$$

$$a \geq -4$$

бұдан $a = -4$ м/с²

$$16 * 3 + \frac{(-4) * 3^2}{2} = 30 \text{ (м) В нүктесінен II дене қашықтығы}$$

$$|30 - (3x - 1)| = 2 \rightarrow 31 - 3x = \pm 2$$

$$31-3x=2 \quad 31-3x=-2$$

$$-3x=-29 \quad -3x=-33$$

$$x=9\frac{2}{3} \quad x=11$$

$$\text{Жауабы: } 9\frac{2}{3} \text{ м/с} \quad \text{немесе} \quad x=11 \text{ м/с}$$

3. Тұрақты жылдамдықпен А пунктiнен В пунктiне келе жатқан поезд, 16 минутқа семафорда кiдiрдi. Семафордан В пунктiне дейiнгi қашықтық 80 км. Егер кiдiрiстен соң поездың жылдамдығы 10 км/сағ артса, бастапқы жылдамдықтың қандай мәнiнде В пунктiне жоспарланған уақыттан кешiкпей барады?

x – жылдамдық

$x+10$ арттырылғаннан кейiн жылдамдық

$$t = \frac{80}{x+10} - \text{жұмсалған уақыт}$$

$$16 \text{ мин} = \frac{16}{60} = \frac{4}{15} \text{ сағ}$$

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} \geq \frac{4}{15}$$

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+10} \geq \frac{1}{15}$$

$$300(x+10) - 300 \cdot x \geq x(x+10)$$

$$300x+3000-300x \geq x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 3000 \leq 0$$

$$x_1=-60$$

$$x_2=50$$

$$\vartheta \leq 50 \left(\frac{\text{км}}{\text{сағ}} \right)$$

Жауабы: 50 км/сағ артық емес

4. А пунктiнен В пунктiне 3 маршрутпен жетуге болады: С пунктi арқылы, немесе D пунктi арқылы, немесе тура жолмен. АВ=80 км, АС=40 км, AD=30 км, СВ=60 км, DB=100 км екенi белгiлi. А мен В, А мен С, А мен D жолдары қара жол, ал С мен В, D мен В – тас жолдары. Тас жолдағы жылдамдық қара жолдағы жылдамдыққа қарағанда 40 км/сағ артық. Егер қара жолдағы жылдамдық 15 км/сағаттан артық, бiрақ 30 км/сағаттан аз болса, А пунктiнен В пунктiне жылдам жету үшiн жолды таңдау керек?

$$\begin{array}{l} \text{А және В} \\ \text{А және С} \\ \text{А және Д} \end{array} \parallel \text{қара жол} \rightarrow \vartheta \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$$

$$\begin{array}{l} \text{С және Д} \\ \text{Д және В} \end{array} \parallel \text{тас жол} \rightarrow \vartheta \frac{\text{км}}{\text{сағ}} + 40 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$$

$t_{\text{мин}} - ?$

$$15 \text{ км/сағ} < \vartheta \leq 30 \text{ км/сағ}$$

$$t_{ACB} = \frac{40}{\vartheta} + \frac{60}{\vartheta + 40} = t_1$$

$$t_{ADB} = \frac{30}{\vartheta} + \frac{100}{\vartheta + 40} = t_2$$

$$t_{AB} = \frac{80}{\vartheta} = t_3$$

$$t_3 - t_1 = \frac{80}{\vartheta} - \frac{40}{\vartheta} + \frac{60}{\vartheta + 40} = \frac{1600 - 20\vartheta}{\vartheta(\vartheta + 40)} - \text{бөлшегінің}$$

$$15 < \vartheta \leq 30 \text{ шешімі бар.} \rightarrow t_3 > 1$$

t_1 және t_2 салыстырайық:

$$t_2 - t_1 = \frac{30}{\vartheta} + \frac{100}{\vartheta + 40} - \frac{40}{\vartheta} - \frac{60}{\vartheta + 40} = \frac{30\vartheta - 400}{\vartheta(\vartheta + 40)}$$

$$15 < \vartheta \leq 30 \text{ шешімі бар.} \rightarrow t_2 > 1$$

$t_{ACB} = t_1$ ең тез баратын жол С.

Жауабы: С жолы

5. $\square$ км/сағ жылдамдықпен жүзетін катерді жалдау құны сағатына $(90 + 0,4\square^2)$ рубль. 1 км қашықтықтың құны ең арзан болу үшін катер қандай жылдамдықпен жүзу керек?

Катер 1 км қашықтықты $1/\vartheta$ сағатта жүреді. Демек 1 км үшін жалдау құны

$$y = (90 + 0,4\vartheta^2) \cdot \frac{1}{\vartheta}$$

Енді, у-тің $\vartheta > 0$ кездегі кішін мәнін табамыз:

$$y' = \left((90 + 0,4\vartheta^2) \cdot \frac{1}{\vartheta} \right)' = -\frac{90}{\vartheta^2} + 0,4$$

$y' = 0$ теңестіреміз

$$-\frac{90}{\vartheta^2} + 0,4 = 0$$

$$\vartheta^2 = \frac{90}{0,4} = 225$$

$$\vartheta = 15 \left(\frac{\text{км}}{\text{сәт}} \right)$$

$$\text{Жауабы: } \vartheta = 15 \left(\frac{\text{км}}{\text{сәт}} \right)$$

6. Екі жүгіруші стадионның 1 нүктесінен бастап 25 айналымға жүгірді, оның үстіне екінші жүгіруші біріншіден соң жарты айналымнан соң бастады. Бір көрермен екі жүгіруші бірге жүгіріп келе жатқанда стадионнан шығып кетті. Ол 13 минуттан соң оралғанда олар тағы бірге жүгіріп келе жатты. Егер бірінші жүгіруші үшінші айналымнан соң жылдамдығын 2 есе арттырғанда, ал екінші жүгіруші оныншы айналымнан кейін 3 есе арттырғанда, онда 2 жүгіруші де бірдей келер еді. Егер екінші болып келген жүгіруші 1 минутта 1 айналымнан кем жүгірсе, онда олар қандай уақыт айырмасымен мәреге келер еді?

Шешуі:

Бірінші жүгірушінің уақыты - t_1

Екінші жүгірушінің уақыты - t_2

Есеп шартынан:

$$2 \cdot 5t_1 + 22 \frac{t_2}{2} = 10t_2 + 15 \frac{t_2}{3}$$

$$9t_1 = 10t_2$$

Осылайша, 5 айналымнан соң екінші жүгіруші бірінші жүгірушіні алғаш рет қуып жетеді. Сол сияқты ол 15 айналым және 25 айналым жүгірген соң қуып жетіп отырады. Демек, екінші жүгіруші бірінші болып мәреге келеді. Бірақ бірінші жүгіруші 1 минутта 1 айналымнан кем жүгіреді, яғни $t_1 > 1$, себебі екі жүгірушінің келесі кездесу арасында біріншісі 9 айналым жүгіреді, онда шарт бойынша көрерменмен мынадай теңдік аламыз:

$$9n_1 \cdot t_1 = 13, \quad n - \text{натурал сан}$$

$$t_1 > 1 \text{ болғандақытан, } n=1$$

$$\text{Сондықтан } t_1 = \frac{13}{9}, \text{ ал } t_2 = \frac{13}{10}$$

Онда мәреде уақыт айырмашылығы

$$2,5 \cdot \frac{13}{9} - 25 \cdot \frac{13}{10} = \frac{26}{9} \text{ (мин) болады.}$$

Жауабы: 26/9мин

Біз, қозғалысқа байланысты мәтінді есептерді теориялық және практикалық тұрғыдан талдауға күш салдық. Әрине, бір мақала көлемінде мұндай ауқымды мәселе өз шешімін толық тауып кетеді деген ойдан біз аулақпыз және де ол мүмкін еместе. Дейтұрғанмен, осы талдаудың өзі біраз қорытынды тұжырымдар жасауға негіз болып отыр.

1. Қозғалысқа байланысты мәтінді есептерді талдау цифрлық ресурстар негізінде жүзеге асатын болса, атап айтқанда, объектілердің қозғалыс барысындағы бір біріне жақындауы немесе бір бірінен алыстауы және осы сияқты объектілердің қозғалыстары барысындағы сан түрлі жағдайларындағы оқиғаларды білім алушылардың көре алуы есеп мазмұнын білім алушылардың тез, әрі жақсы түсінуіне үлкен септігін тигізетін еді. Тіпті, цифрлық ресурстар қол жетімді болмағанның өзінде, мәтінді есеп мазмұнын талдау үшін әр түрлі қысқаша жазулар, схемалар қолдану есеп мазмұнын білім алушыларға тез түсінуге негіз болады. Қысқасын айтқанда, геометриялық есептерді сызбасыз шығаруға болмайтыны сияқты, мәтінді есептерді де сызбасыз, цифрлық ресурстарсыз шығару дұрыс нәтижеге қол жеткізбейді деп пайымдаймыз.

2. Қозғалысқа байланысты мәтінді есептердің әр түрін қамтыған оқу құралы қазақ тілінде шығару қажет.

3. Жалпы білім беретін орта мектеп математика мазмұнындағы қозғалысқа байланысты мәтінді есептердің қарастыратын түрлерінің ауқымын кеңейту керек деп есептейміз. Себебі, қозғалысқа байланысты мәтінді есептердің бірнеше түрін қарастырумен ғана шектелу, білім алушыларды ойлауға емес алгоритм бойынша әрекет жасауға бейімдейтіні байқалып отыр.

4. Өмірдегі қозғалыстың тоқсан тоғыз пайызы бір түзу бойымен қозғалыс емес. Сондықтанда түзу бойымен болмайтын бірқалыпты, бірқалыпты емес қозғалыстар жайлы есептер мектеп математика мазмұнына батыл енгізілу керек деп есептейміз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

- 1 <https://www.wikidata.org/wiki/Q126692#sitelinks-wikipedia>
- 2 Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач. Основные понятия, изучение и преподавание.-М. Наука, 1970.-452 с.
- 3 Қайыңбаев Ж.Т. Жаттығу, есеп ... «Математика және Физика журналы» №3, 2017. 2-4 б.
- 4 Математика: Жалпы білім беретін мектептің 1- сыныбына арналған оқулық/ Т.Қ. Оспанов, Қ.Ә. Өтеева, Ж.Т.Қайыңбаев, К.Ә. Ерешева, М.В. Маркина.- 4- басылымы, өңделген. – Алматы: Атамұра, 2012.- 208 бет.
- 5 Ж.Т. Қайыңбаев. Үш объектінің қозғалысына байланысты күрделі мәтінді есептер.
- 6 Баженова Н.Г. Теория и методика решения текстовых задач: курсы по выбору для студентов специальности 050201 – Математика (Электронный ресурс): учеб.пособ./Н.Г.Баженова, И.Г.Одевцева. - 4-е изд., стер. - М.:Флинта, 2017. - 89 с.
- 7 Гусев В.А., Мордкович А. Г. Математика: Справ. материалы – М.: Просвещение, 1999. – 416 с. 5 Титаренко А.М. 6000 задач по математике от простейших до олимпиадных. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 432 с.

- 8 Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. – М., 2003. – 380 с.