

FTAMP 27.03.02

Dzh.T. Kayinbaev¹, S.N. Zhanizakova²

^{1,2}Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

ТЕҢСІЗДІКТЕР ҚҰРАСТЫРУ НЕГІЗІНДЕ ШЕШІЛЕТІН КҮРДЕЛІ МӘТІНДІ ЕСЕПТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЫҒАРУ ТӘСІЛДЕРІНІҢ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Аңдатпа. Мақала, элементар математика мазмұнындағы маңызды материалдардың бірі болып табылатын теңсіздік мәселесін мәтінді есеп тұрғысынан қарастыруға арналған. Бұл жағдай арқылы мақала авторлары теңсіздік және теңсіздіктер жүйелері мәселелерінің күнделікті өмірдегі қолданылу жағдайларына тоқталады. Сол сияқты мақалада, теңсіздік және теңсіздіктер жүйелері арқылы шешілетін әр түрлі мағынадағы күрделі мәтінді есептердің мазмұны мен оларды шешу тәсілдері талқыланған. Мақала, математиканы оқыту әдістемесі саласының мамандарына, мұғалімдерге, докторанттар мен магистранттарға арналған.

Түйін сөздер: Есеп, мәтінді есеп, мәтінді есеп түрлері, теңсіздік, теңсіздіктердің қасиеттері, теңсіздіктің анықтамасы, теңсіздіктер жүйесі, сандарды салыстыру, өрнектерді салыстыру, теңсіздік арқылы шешілетін мәтінді есеп, теңсіздіктер жүйесі арқылы шешілетін мәтінді есеп, теңсіздік пен теңдеу арқылы шешілетін мәтінді есеп.

Annotation. The article is devoted to the problem of inequalities, which is one of the most important materials in the content of elementary mathematics. In this context, the authors focus on the application of inequalities and systems of inequalities in everyday life. The article also examines the content of complex text problems of different meanings and how to solve them using systems of inequalities and inequalities. The article is intended for specialists in the field of methods of teaching mathematics, teachers, doctoral and master's students

Keywords: Task, text problem, types of text problems, inequalities, properties of inequalities, definition of inequalities, system of inequalities, comparison of numbers, comparison of expressions, text problem solved by inequalities, text problem solved by a system of inequalities, text problem solved by an inequality and an equation

Аннотация. Статья посвящена проблеме неравенства, которая является одним из важнейших материалов в содержании элементарной

математики. В этом контексте авторы акцентируют внимание на применении неравенства и систем неравенств в повседневной жизни. В статье также рассматривается содержание сложных текстовых задач разного значения и способы их решения с помощью систем неравенств и неравенств. Статья предназначена для специалистов в области методики обучения математике, преподавателей, докторантов и магистрантов.

Ключевые слова: Задача, текстовая задача, типы текстовых задач, неравенство, свойства неравенств, определение неравенства, система неравенств, сравнение чисел, сравнение выражений, текстовая задача, решаемая неравенством, текстовая задача, решаемая системой неравенств, текстовая задача, решаемая неравенством и уравнением

Математикадағы мәтінді есептердің көп бөлігі теңдеу немесе теңдеулер жүйесін есеп шартына сәйкес құру негізінде шешілетіні анық. Сонымен бірге, математикада есеп шартына сәйкес теңсіздік немесе теңсіздіктер жүйесін, сол сияқты теңсіздік пен теңдеуді қатар құрастырудың негізінде шешілетін мәтінді есептердің жүйесі де бар. Бұл бағыттағы мәтінді есептерді, Баженова Н.Г мен Одоевцева И.Г екі топқа бөледі.

А) Екі өрнекті салыстыруға арналған мәтінді есептер;

Ә) Теңсіздік немесе теңсіздіктер жүйесін, сол сияқты теңсіздік пен теңдеуді қатар құрастырудың негізінде шешілетін мәтінді есептер[6].

Бірінші жағдайдағы мәтінді есеп түрін шешу барысында теңсіздіктің анықтамасы немесе теңсіздіктердің қасиеттері пайдаланылады. Ал, екінші жағдайдағы мәтінді есеп түрін шешу барысында мәтінді есептегі мәліметтерді зерттеу мәселесіне ерекше назар аудару керек. Сол сияқты, мұнда есеп шешімі нақты немесе қандайда бір аралықтағы барлық мәндер болуы мүмкін.

1. Бір уақытта жұмыс істейтін екі машинист қолжазбаны кем дегенде 2 сағатта басып шығара алады. Егер тек бірінші машинист жұмыс істейтін болса, онда қолжазбаны қайта басып шығару үшін екінші машинистке қарағанда 3 сағатқа аз уақыт қажет болады. Екінші машинисттің қолжазбаны қайта басып шығару уақыты қандай мәндер қабылдай алады? Берілгені:

	A	P	T
1-машина	1	$\frac{1}{t-3}$	$t-3$
2-машина	1	$\frac{1}{t}$	t

бірге	1	$\frac{1}{t-3} + \frac{1}{t}$	$t \geq 2$
-------	---	-------------------------------	------------

Шешуі:

$$\frac{1}{t-3} + \frac{1}{t} = \frac{2t-3}{t(t-3)}$$

$$t_{\text{бірге}} = \frac{1}{\frac{2t-3}{t(t-3)}} \geq 2$$

$$\frac{t(t-3)}{2t-3} \geq 2$$

$$t \neq 3/2$$

$$t^2 - 3t \geq 4t - 6$$

$$t^2 - 7t + 6 \geq 0$$

$$(t-1)(t-6) \geq 0$$

$$(t-6) \geq 0$$

$$t \geq 6$$

$$t \in [6; +\infty]$$

Жауабы: $t \in [6; +\infty]$ – 6 сағаттан кем емес

2. А нүктесінен В нүктесіне тұрақты жылдамдықпен келе жатқан пойыз семафорда 16 минутқа кідіреді. Семафордан В нүктесіне дейінгі қашықтық 80 км. Кідіруден кейін жылдамдықты 10 км/сағ арттырса бастапқы жылдамдықтың қандай мәндерінде пойыз В нүктесіне белгіленген уақыттан кешіктірмей жетеді?

Берілгені:

х-жылдамдық

$x+10$ – жылдамдықты арттырғаннан кейінгі жылдамдық

$t = \frac{80}{x}$ – жоспарлаған уақыт

$t = \frac{80}{x+10}$ – жоғалтқан уақыт

Табу керек: Поезд бастапқы жылдамдықтың қандай мәнінде пунктке дәл жоспарланған мерзімде келеді

Шешуі:

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} \geq \frac{4}{15}$$

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} \geq \frac{4}{15}$$

$$300(x+10) - 300x \geq x(x+10)$$

$$300x + 3000 - 300x \geq x^2 + 10x$$

$$x^2 + 10x - 3000 \leq 0$$

$$x_1 = -60$$

$$x_2 = 50$$

жылдамдық теріс сан болмағандықтан $x = 50$

Жауабы: $x = 50 \frac{\text{км}}{\text{сағ}}$ бастапқы жылдамдық

2. Екі А және В сұйықтығының қоспасын дайындау үшін әрқайсысының сыйымдылығы 15 литр болатын екі ыдыс алынды және ыдыстың ішінде бар жоғы 15л А сұйықтығы болды. Содан кейін бірінші ыдыстың үстіне В сұйықтығы құйылып, араластыру жүргізілді. Осыдан кейін екінші ыдыс бірінші ыдыстың қоспасымен жоғарыға дейін толтырылды. Содан кейін екінші ыдыстан алынған қоспаның бірінші бл-ге құйылды. Осыдан кейін бірінші ыдыста екіншіге қарағанда 1 литрге артық А сұйықтығы болды. Екінші ыдыста бастапқыда неше литр А сұйықтығы болды?

Берілгені:

Басында	1- ыдыс <i>X</i> литр А	2- ыдыс <i>15-X</i> литр А
1- ыдысқа В сұйықтық құяды	Конц-ция $A=\frac{x}{15}$ 15 литр жалпы	
2- ыдысқа 1- ыдыстан сұйықтық құяды	15-х литр жалпы $\frac{x}{15}(15-x)$ литр А	15 литр жалпы $(\frac{x}{15} * x) + (15-x)$ литр А Конц-ция $A=\frac{15-x+\frac{x*x}{15}}{15}$
2- ыдыстан 1- ыдысқа 6 л сұйықтық құяды	$\frac{x}{15}(15-x) + \frac{6}{15}\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right)$ литр А $15-x+6=21-x$ литр жалпы	$\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right) - \frac{6}{15}\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right)$ литр А $\frac{9}{15}\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right) + 1$

Шешуі:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{15}(15-x) + \frac{6}{15}\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right) = \frac{9}{15}\left(15-x + \frac{x^2}{15}\right) + 1 \\ 21-x \leq 15 \quad x \geq 6 \end{array} \right.$$

$$x - \frac{x^2}{15} + 6 - \frac{6x}{15} + \frac{2x^2}{75} = 9 - \frac{9x}{15} + \frac{3x^2}{75} + 1 - \frac{6x^2}{15} - 4 \frac{6x}{15} - 4 = 0$$

$$-6x^2 - 66x - 60 = 0$$

$$x^2 + 11x + 10 = 0$$

$$X=10 \quad x=1$$

$$x \geq 6 \text{ болғандықтан } X=10$$

Жауабы: 1-сосудта 10л, 2-сосудта 5л,

3. Көлемі 1200 м^3 , 1400 м^3 және 1600 м^3 бассейндерді толтыруға болады: бірінші бассейн бірінші құбырмен, екінші бассейн бірінші құбырмен 800 м^3 , содан кейін екінші құбырмен 600 м^3 , үшінші бассейн, бірінші құбырмен 700 м^3 , екінші құбырмен 900 м^3 . Бірінші құбырдың өнімділігі екінші құбырға қарағанда $400 \text{ м}^3 / \text{сағ}$ аз. Қай бассейн тезірек толтырылады. егер екінші құбырдың өнімділігі $700 \text{ м}^3 / \text{сағ}$ кем емес, бірақ $1100 \text{ м}^3 / \text{сағ}$ кем болса?

Берілгені:

1 бассейн объемы – 1200 м^3

2 бассейн объемы – 1400 м^3

3 бассейн объемы – 1600 м^3

x_1 - бірінші құбыр өнімділігі

x_2 - екінші құбыр өнімділігі

Бірінші бассейнді бірінші трубамен толтырады

Екінші бассейнді 800 м^3 бірінші құбырмен және 600 м^3 екінші құбырмен толтырады

Үшінші бассейнді 700 м^3 бірінші құбырмен және 900 м^3 екінші құбырмен толтырады

Екінші құбыр өнімділігі бірінші құбыр өнімділігінен $400 \frac{\text{м}^3}{\text{сағ}}$ көп.

Табу керек:

Қай бассейн тез толады егер екінші құбыр өнімділігі $700 \frac{\text{м}^3}{\text{сағ}} < x_2 < 1100 \frac{\text{м}^3}{\text{сағ}}$

Шешуі:

$$\begin{cases} x_1 + 400 = x_2 \\ 700 < x_2 < 1100 \end{cases} \quad \text{осыдан} \quad 700 < x_1 + 400 < 1100 \quad \text{бұл}$$

1 бассейн x_1 құбырмен толтырады $300 < x_1 < 700$

2 бассейн $\frac{4}{7}$ бөлігі x_1 құбырмен, $\frac{3}{7}$ бөлігі x_2 құбырмен

$$300 < \frac{4}{7} x_1 < 700$$

$$700 < \frac{3}{7} x_2 < 1100$$

$$525 < x_1 < 1225$$

$$1633 < x_2 < 2667$$

$$2158 < x_1 + x_2 < 3792$$

3 бассейн $\frac{7}{16}$ бөлігі x_1 құбырмен, $\frac{9}{16}$ бөлігі x_2 құбырмен

$$300 < \frac{7}{16} x_1 < 700$$

$$700 < \frac{9}{16} x_2 < 1100$$

$$686 < x_1 < 1600$$

$$1244 < x_2 < 1956$$

$$1930 < x_1 + x_2 < 3556$$

Жауабы: Осыларға қарап 2 бассейн тез толтырылатын білсек болады.

4. Оң қысқартылмайтын бөлшектің бөлімі оның алымының квадратынан бірге артық. Алымы мен бөліміне 5-тен қосса, онда бөлшектің мәні $\frac{1}{2}$ -ден үлкен болады, алымы пен бөл бөлімінен 2-ні азайтса, онда бөлшектің мәні $\frac{1}{10}$ -дан үлкен болады. Бөлшектің алымын табыңыз.

Берілгені:

$$\frac{a}{b} > 0, \quad b \neq 0, \quad b > 0, \quad b = a^2 + 1$$

Табу керек: a -? *Шешуі:*
$$\begin{cases} \frac{a-2}{b+2} > \frac{1}{10} \\ \frac{a+5}{b+5} > \frac{5}{10} \end{cases} \text{ осыдан } \begin{cases} 10a - 20 > b - 2 \\ 10a + 50 > 5b + 25 \end{cases}$$

осыдан $\begin{cases} 10a > b + 18 \\ 10a > 5b - 25 \end{cases}$ а-ларды қысқартқан кезде $4b < 43$ осыдан $b < 10.75$ және b -ның қабылдайтын ең үлкен мәнін аламыз ол 10.

$$a^2 + 1 = 10$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3$$

Жауабы: $a=3$

5. Екі жұмысшының әрқайсысы 60 бірдей бөлікті жасады. Олардың әрқайсысы тұрақты өнімділікпен алғашқы 30 бөлікті жасады және сол уақытта екінші жұмысшының өнімділігі бірінші жұмысшының өнімділігінен 20% жоғары болды. Содан кейін бірінші жұмысшы сағатына тағы 2 бөлікті, ал екіншісі сағатына тағы 3 бөлікті жасай бастады. Бірінші жұмысшы бүкіл тапсырманы орындауға кемінде 5 сағат 30 минут жұмсады, ал екіншісі - 4 сағат 30 минуттан аспайды. Екінші жұмысшы жұмыстың бірінші жартысында сағатына неше бөлікті орындады?

Берілгені:

x - бірінші жұмысшы өнімділігі

$y=1.2x$ екінші жұмысшы өнімділігі

Табу керек: x -бірінші жұмысшы өнімділігін

y - екінші жұмысшы өнімділігін

Шешуі:

Бірінші жұмысшы жасаған жұмыс:

$$\frac{30}{x} + \frac{30}{x+2} \geq 5.5$$

$$-5.5x^2 + 49x + 60 \geq 0$$

$$-(x + \frac{12}{11})(x - 10) \geq 0$$

$$0 < x \leq 10$$

Екінші жұмысшы жасаған жұмыс:

$$\frac{30}{y} + \frac{30}{y+3} \leq 4.5$$

$$-9y^2 + 93y + 180 \leq 0$$

$$y_1 = -\frac{30}{18} \quad y_2 = 12 \quad \text{Өнімділік теріс сан болмағандықтан } y \geq 12$$

$$\begin{cases} x \leq 10 \\ y \geq 12 \end{cases} \text{ осыдан } \begin{cases} x \leq 10 \\ 1,2x \geq 12 \end{cases} \text{ бұл } \begin{cases} x \leq 10 \\ x \geq 10 \end{cases}$$

$x=10$ бірінші жұмысшы өнімділігі

$y=12$ екінші жұмысшы өнімділігі

Жауабы: $x=10$ бірінші жұмысшы өнімділігі

$y=12$ екінші жұмысшы өнімділігі

Теңсіздіктер құрастыру негізінде шешілетін күрделі мәтінді есептер және оларды шығару тәсілдерінің ерекшеліктері бағытындағы мәселелерді қорытындылай келе айтарымыз:

1. Теңсіздік және теңсіздіктер жүйелерін құрастыру негізінде шешілетін мәтінді есептер қазіргі математика пәндері бағдарламалары бойынша негізінен тек қана сегізінші сыныптағы «Теңсіздіктер» тақырыбын оқып үйрену барысында ғана қарастырылады. Бұл жағдай осы бағыттағы мәтінді есептерді шешу жайлы оқушыларда берік біліктілік қалыптастыруға негіз бола алмайды. Сол себепті, осы мазмұндағы мәтінді есептерді математиканы оқытуды өн бойында қарастыру керек.

2. Теңсіздік және теңсіздіктер жүйелерін құрастыру негізінде шешілетін күрделі есептерді шешу барысында цифрлық ресурстарды пайдалану білім алушылардың мәселені жақсы түсінуіне көмектеседі.

3. Теңсіздік және теңсіздіктер жүйелерін құрастыру негізінде шешілетін мәтінді күрделі есептерді шешудің әр түрлі тәсілдері жайлы білім алушылардың тандау немесе қолданбалы курстар ұсыну жолдарын іздестіру керек деп ойлаймыз.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

- 1 Қайыңбаев Ж.Т. Жаттығу, есеп «Математика және Физика журналы» №3, 2017. 2-4 б.

- 2 Пойа Д. Математическое открытие Решение задач. Основные понятия, изучение и преподавание.-М. Наука, 1970.-452 с.
- 3 Ж.Т. Қайыңбаев, А. Сағат. Экономикалық бағыттағы күрделі мәтінді есептерді шешу тәсілдері. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods. 2021/1 (54)
- 4 Ж.Т. Қайыңбаев. Үш объектінің қозғалысына байланысты күрделі мәтінді есептер. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods. 2020/2 (53).
- 5 Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. – М., 2003. – 380 с.
- 6 Баженова Н.Г. Теория и методика решения текстовых задач: курсы по выбору для студентов специальности 050201 – Математика (Электронный ресурс): учеб.пособ/Н.Г.Баженова, И.Г.Одевцева. - 4-е изд., стер. - М.:Флинта, 2017. - 89 с.
- 7 Гусев В.А., Мордкович А. Г. Математика: Справ. материалы – М.: Просвещение, 1999. – 416 с. 5 Титаренко А.М. 6000 задач по математике от простейших до олимпиадных. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 432 с.
- 8 Титаренко А.М. 6000 задач по математике от простейших до олимпиадных. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 432 с.
- 9 Бидосов Ә. Математиканы оқыту әдістемесі: Оқу құралы. 2-ші басылым. – Алматы, 2007. – 262 б.