

FTAMP 27.03.02

B.D.Sydykov¹, Dzh.T.Kayinbaev², A.A.Yeraliyeva³
^{1,2,3}Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan

ҮШІНШІ ДӘРЕЖЕЛІ ТЕНДЕУЛЕРДІ ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ

Аңдатпа. Мақала, элементар математика пәндерінің «жаңартылған бағдарламаға» көшуіне байланысты туындаған үшінші дәрежелі тендеулерді шешу мәселесіне арналған. Элементар математика бұл бағдарламаға көшкенге дейін де үшінші дәрежелі тендеулер белгілі деңгейде қарастырылған. Алайда мектеп математикасының жаңа мазмұнға көшуі бұл жағдайға жаңа серпін береді деп ойлаймыз. Сол себепті, мақалада үшінші дәрежелі тендеулерді шешудің жаңа тәсілі «Кордана формуласы» және оның негізінде шешілетін есеп түрлері қарастырылған. Мақала, математиканы оқыту әдістемесі саласының мамандарына, мұғалімдерге, докторанттар мен магистранттарға арналған.

Түйін сөздер: Тендеу, тендеудің түрі, тендеудің шешімі, сызықтық тендеулер, квадраттық тендеулер, көрсеткіштік тендеулер, логарифмдік тендеулер, тригонометриялық тендеулер, рационалдық тендеулер, иррационалдық тендеулер, үшінші дәрежелі тендеулер, төртінші дәрежелі тендеулер, Кордана формуласы, комплекс сан, комплекс түбірлер.

Аннотация. Статья посвящена решению уравнений третьей степени, возникающих в связи с переходом элементарной математики на «обновленную программу». Еще до перехода к элементарной математике в этой программе в той или иной мере рассматривались уравнения третьей степени. Однако мы считаем, что переход школьной математики на новое содержание придаст новый импульс этой ситуации. Поэтому в статье рассматривается новый способ решения уравнений третьей степени «формула Корданы» и виды задач на его основе. Статья предназначена для специалистов в области методики обучения математике, преподавателей, докторантов и магистрантов.

Ключевые слова: Уравнение, тип уравнения, решение уравнения, линейные уравнения, квадратные уравнения, показательные уравнения, логарифмические уравнения, тригонометрические уравнения, рациональные уравнения, иррациональные уравнения, уравнения третьей степени, уравнения четвертой степени, формула Корданы, комплексное число, комплексные корни.

Annotation. The article is devoted to the solution of third degree equations arising in connection with the transition of elementary mathematics to the "updated program". Even before the transition to elementary mathematics in this program, third degree equations were considered to a certain extent. However, we believe that the transition of school mathematics to a new content will give a new impetus to this situation. Therefore, the article considers a new way to solve third degree equations with "Cordana formula" and the types of problems based on it. The article is intended for specialists in the field of methods of teaching mathematics, teachers, doctoral students and undergraduates.

Keywords: Equation, type of equation, solution of the equation, linear equations, quadratic equations, exponential equations, logarithmic equations, trigonometric equations, rational equations, irrational equations, third degree equations, fourth degree equations, Cordana formula, complex number, complex roots.

Теңдеу, жалпы барлық саладағы математиканың және оның ішінде әсіресе жалпы білім беретін орта мектеп математикасының ең негізгі мәселесі. Сондықтан теңдеу жайлы зерттеу жұмыстарын жүргізбеген математиктерді(1,2,3,4,5,6,7,8) табу қиын. Мәтінді есептерді шешу барысының тоқсан пайызында есеп шартына қарай теңдеу құрылады. Арифметикалы және геометриялық прогрессия жағдайында да осындай. Интеграл мен туындыға байланысты мәселелер де осы жағдайдың ар жақ, бер жағында. Геометриялық мазмұндағы күрделі есептерді шешу барысында да тоқсан пайыз болмағанның өзінде елу пайызында теңдеу құрылады. Бұл жағдайларға элементар математика мазмұнындағы сызықтық теңдеулер, квадраттық теңдеулер, көрсеткіштік теңдеулер, логарифмдік теңдеулер, тригонометриялық теңдеулер, рационалдық теңдеулер, иррационалдық теңдеулер мәселелерін қосыңыздар. Демек, математиканы меңгеру дегенді басқа сөзбен айтсақ, ол – білім алушылардың теңдеулерді шешу құзіреттілігін қалыптастыру.

Теңдеулердің барлық кезде шешімі бола ма?

Бір сөзбен айтқанда, болады. Әрі беріден кейін «шешімі жоқ» деген тұжырым да теңдеудің шешімі. Көп жағдайда, теңдеудің шешімінің болу, болмауы теңдеуді қандай сандар жиынында қарастырып отырғанымызда. Бір сандар жиынында шешімі табылмайтын теңдеудің шешімі, егер қарастырып отырған сан жиынын кеңейтсек, теңдеудің шешімі табылады.

Егер теңдеуді оның дәрежесі тұрғысынан талдасақ.

Бірінші дәрежелі теңдеу – сызықтық теңдеу.

Екінші дәрежелі теңдеу – квадраттық теңдеу.

Үшінші дәрежелі теңдеу, төртінші дәрежелі теңдеу, бесінші дәрежелі теңдеу, ..., оныншы дәрежелі теңдеу, ... ,жүзінші дәрежелі теңдеу, деп кете береді.

Осылардың ішінен бірінші мен екінші дәрежелі теңдеулер элементар математика мазмұнында жүйелі қарастырылады. Ал одан жоғарғы дәрежелі теңдеулер элементар математикада жүйелі түрде қарастырылады деп айтуға келмейді. Оның ең басты себебі, біздің ойымызша элементар математиканың «жаңартылған бағдарламасы» деп аталатын бағдарламаларына дейінгі бағдарламалары бойынша, комплекс сандардың қарастырылмауында еді. Ал, соңғы жылдары жалпы білім беретін орта мектеп «жаңартылған бағдарлама» деп аталатын бағдарламаға көшті. Бұл бағдарлама бойынша элементар математиканың мазмұнына комплекс сандар енгізілді. Осы жағдай элементар математиканың мазмұнына біраз өзгерістер алып келуге тиісті. Сондай жағдайдың бірі ғана емес бірегейі үшінші және төртінші дәрежелі теңдеулерді элементар математика мазмұнында жүйелі түрде қарастыру.

Қазірде мектепте қолданыста жүрген алгебра оқулықтарында (9,10) берілген үшінші дәрежелі теңдеулерді шешуде оқушылар біраз қиналады. Себебі теңдеулерді және теңдеулер жүйесін шешудің орта мектепте пайдаланылатын негізгі тәсілдері ауыстыру мен қосу және топтастыру тәсілдері. Сол сияқты, бұл жағдайларда көбейткіштерге жіктеу, қысқаша көбейту формулалары пайдалану, Безу теоремасы, Виет теоремасы, Горнер схемасы да қолданылуы мүмкін.

1. Теңдеуді шешіңіз.

$$x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$$

Шешуі:

$$(x - 1)(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$(x - 1)(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 1, x = 4, x = -2$$

Жауабы: -2; 1; 4.

2. Теңдеуді шешіңіз.

$$2x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\text{Шешуі: } 2x(x^2 - 1) + (x^2 - 1) = 0 \quad (x^2 - 1)(2x + 1) = 0$$

$$1)x^2 - 1 = 0 \quad x = \pm 1$$

$$2) 2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Жауабы: -1; $-\frac{1}{2}$; 1.

3. Теңдеуді шешіңіз.

$$(x + 1)^3 + (x + 2)^3 - 8x^3 - 27 = 0$$

Шешуі:

$$(x + 1)^3 - (2x)^3 + (x + 2)^3 - 3^3 = 0$$

$$(x + 1 - 2x)((x + 1)^2 + (x + 1) \cdot 2x + (2x)^2)$$

$$+ (x + 2 - 3)((x + 2)^2 + (x + 2) \cdot 3 + 3^2) = 0$$

$$(1-x)(x^2+2x+1+2x^2+2x+4x^2) + (x-1)(x^2+4x+4+3x+6+9) = 0$$

$$(1-x)(7x^2+4x+1) + (x-1)(x^2+7x+19) = 0$$

$$(x-1)(8x^2+11x+20) = 0$$

$$1) x-1=0 \quad x=1$$

$$2) 8x^2+11x+20=0$$

Нақты сандар жиынында шешімі жоқ.

Жауабы: 1.

4. Теңдеуді шешіңіз.

$$(5x+1)^3 - (x+6)^3 - 64x^3 + 125 = 0$$

Шешуі:

$$(5x+1)^3 - (4x)^3 - ((x+6)^3 - 5^3) = 0$$

$$(5x+1-4x)((5x+1)^2 + (5x+1) \cdot 4x + (4x)^2) - (x+6-5)((x+6)^2 + (x+6) \cdot 5 + 5^2) = 0$$

$$(x+1)(25x^2+10x+1+20x^2+4x+16x^2)$$

$$- (x+1)(x^2+12x+36+5x+30+25) = 0$$

$$(x+1)(41x^2+34x+1) - (x+1)(x^2+17x+91) = 0$$

$$(x+1)(40x^2+17x-90) = 0$$

$$1) x+1=0 \quad x_1=-1$$

$$2) 40x^2+17x-90=0$$

$$x_{2,3} = \frac{-17 \pm \sqrt{14689}}{80}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{-17 - \sqrt{14689}}{80}; -1; \frac{-17 + \sqrt{14689}}{80}.$$

Байқап отырғандай, қазіргі кезде қолданылатын бұл тәсілдердің негізінде көп жағдайда теңдеу шешімдері, «нақты сандар жиынында шешімі жоқ» болады немесе теңдеу шешімі қолайсыз жағдайда болады. Ал, шын мәнінде математикада үшінші дәрежелі теңдеулердің шешімі бар және оны Кордано формуласы деп атайды.

Джероламо (Дироламо, Джером) Кардано (лат. Hieronymus Cardanus, итальян. Girolamo Cardano, Gerolamo Cardano; 24 қыркүйек 1501, Павия — 21 қыркүйек 1576, Рим) — итальян математигі, инженері, философы, дәрігері, астрологы. Ол ғылымның дамуына орасан зор ықпал еткен алгебра, ықтималдықтар теориясы және механика бойынша іргелі еңбектер жариялады.

Кардано формуласы

Кардано формуласы - үшінші дәрежелі теңдеулердің шешу әдісі.

Жалпы түрі:

$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0 \quad (1)$$

мұндағы a_0, a_1, a_2 және a_3 – нақты сандар, және $a_0 \neq 0$.

Кардано формуласын шығару әдісі екі сатыдан тұрады:

1. Үшінші дәрежелі теңдеуді, екінші дәрежелі айнымалысы жоқ «үшмүшелі кубтық теңдеуге» келтіру керек.

2. Үшмүшелі кубтық теңдеуді квадрат теңдеуге айналдыру керек.

1. Үшінші дәрежелі теңдеуді үшмүшелі теңдеуге айналдыру

Алдымен, (1) теңдеуді үлкен коэффициентіне бөліп жіберсек:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (2)$$

түріндегі [кубтық теңдеу](#). Бұл жерде a, b, c – нақты сандар.

Егер x айнымалысын y арқылы жазатын болсақ:

$$x = y - \frac{a}{3} \quad (3)$$

Осыдан

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 + bx + c &= \left(y - \frac{a}{3}\right)^3 + a\left(y - \frac{a}{3}\right)^2 + b\left(y - \frac{a}{3}\right) + c \\ &= y^3 - 3y^2 \frac{a}{3} + 3y \frac{a^2}{9} - \frac{a^3}{27} + a\left(y^2 - 2y \frac{a}{3} + \frac{a^2}{9}\right) + by - \frac{ab}{3} + c \\ &= y^3 - ay^2 + \frac{a^2 y}{3} - \frac{a^3}{27} + ay^2 - \frac{2a^2 y}{3} + \frac{a^3}{9} + by - \frac{ab}{3} + c \\ &= y^3 - \frac{a^2 y}{3} + \frac{2a^2}{27} + by - \frac{ab}{3} + c \\ &= y^3 + \left(b - \frac{a^2}{3}\right)y + c + \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3}, \end{aligned}$$

Онда біздің (1) теңдеуіміз мына түрге келеді:

$$y^3 + \left(b - \frac{a^2}{3}\right)y + c + \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} = 0 \quad (4)$$

Теңдеуге жаңа айнымалы енгізетін болсақ:

$$p = b - \frac{a^2}{3}; \quad q = c + \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3}$$

(4) теңдеу мына түрге келеді:

$$y^3 + py + q = 0 \quad (5)$$

Мұндағы p, q – нақты сандар.

(5) теңдеу - екінші дәрежелі айнымалысы жоқ, үшмүшелі кубтық теңдеу.

Кардано формуласын шығарудағы бірінші сатысы осымен аяқталды.

2.Кубтық теңдеуді квадрат теңдеуге айналдыру

Ендігі кезекте (5) теңдеудің мына түрде қарастырамыз:

$$y = z - \frac{p}{3z}, \quad (6)$$

z - жаңа айнымалы. Онда

$$y^3 = \left(z - \frac{p}{3z}\right)^3 = z^3 - 3z^2 \cdot \frac{p}{3z} + 3z \cdot \frac{p^2}{9z^2} - \frac{p^3}{27z^3} = z^3 - pz + \frac{p^2}{3z} - \frac{p^3}{27p^3},$$

ендеше (5) теңдеу:

$$\begin{aligned} y^3 + py + q &= z^3 - pz + \frac{p^2}{3z} - \frac{p^3}{27p^3} + p\left(z - \frac{p}{3z}\right) + q \\ &= z^3 - pz + \frac{p^2}{3z} - \frac{p^3}{27p^3} - pz - \frac{p^2}{3z} + q = z^3 - \frac{p^3}{27p^3} + q \end{aligned}$$

(5) теңдеуді жазатын болсақ:

$$z^3 - \frac{p^3}{27p^3} + q = 0 \quad (7)$$

Егер (7) теңдеуді z^3 -қа көбейтетін болсақ, z^3 қатысты квадрат теңдеу аламыз:

$$z^6 + qz^3 - \frac{p^3}{27} = 0 \quad (8)$$

Кардано формуласы

$$(8) \text{ теңдеудің шешу әдісі: } t_{1,2} = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 + \frac{4}{27}p^3}}{2} = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

(6) байланысты (5) теңдеудің екі мәні бар,

$$y_1 = \sqrt[3]{t_1} - \frac{p}{3\sqrt[3]{t_1}}, y_2 = \sqrt[3]{t_2} - \frac{p}{3\sqrt[3]{t_2}}. \quad (9)$$

t – ны орнына қойып, толық жазатын болсақ:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p}{3\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}} \quad (10)$$

$$y_2 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p}{3\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}} \quad (11)$$

Айырмашылықтарына қарамастан (10),(11) ұқсайтын көрсетейік,

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p}{3\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \\ &\frac{p\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}}{3\sqrt[3]{\left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}\right)\left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}\right)}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}}{3\sqrt[3]{\frac{p^3}{27}}} = \\ &\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} = \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2}, \end{aligned}$$

Екінші жағынан,

$$\begin{aligned}
 y_2 &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p}{\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \\
 &\frac{p \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}}{\sqrt[3]{\left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}\right)\left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}\right)}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{p \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}}{\sqrt[3]{\frac{p^3}{27}}} = \\
 &\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} = \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2},
 \end{aligned}$$

Сонда,

$$y_1 = y_2 = \sqrt[3]{t_1} + \sqrt[3]{t_2}$$

(5) теңдеуді шешу үшін мына формуланы аламыз,

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}, \quad (12)$$

Бұл формула «Кардано формуласы» деп аталады.

1-мысал: $x^3 - 3x^2 + 12x + 16 = 0$

Шешуі: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

$$y = x + \frac{b}{3a}$$

$$y = x + \frac{-3}{3 \cdot 1} = x - 1 \Rightarrow x = y + 1$$

$$x^3 - 3x^2 + 12x + 16 = 0 \quad x = y + 1$$

$$x^3 + px + q = 0 \quad (y + 1)^3 - 3(y + 1)^2 + 12(y + 1) + 16 = 0$$

$$y^3 + 3y^2 + 3y + 1 - 3y^2 - 6y - 3 + 12y + 12 + 16 = 0$$

$$y^3 + 9y + 26 = 0 \quad y = u + v \Rightarrow y^3 = (u + v)^3$$

$$y^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3$$

$$y^3 = u^3 + v^3 + 3uv(u + v)$$

$$y^3 = u^3 + v^3 + 3uv \cdot y$$

$$y^3 - 3uvy - (u^3 + v^3) = 0 \Leftrightarrow y^3 + 9y + 26 = 0$$

$$uv = -3 \quad u^3 + v^3 = -26$$

$$u^3v^3 = -27$$

$$(t - u^3)(t - v^3) = 0$$

$$t^2 - (u^3 + v^3)t + u^3v^3 = 0$$

$$t^2 + 26t - 27 = 0$$

$$(t + 27)(t - 1) = 0$$

$$t = -27 \Rightarrow u^3 = -27 \Rightarrow u = -3$$

$$t = 1 \Rightarrow v^3 = 1 \Rightarrow v = 1$$

$$y = u + v = -2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 12x + 16 = 0 \Rightarrow$$

$$(x + 1)(x^2 - 4x + 16) = 0$$

$$x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = -12$$

$$(x - 2)^2 = -12$$

$$x - 2 = \pm 2i\sqrt{3} \Rightarrow x = 2 \pm 2i\sqrt{3}$$

$$\text{Жауабы: } -1; 2 - 2i\sqrt{3}; 2 + 2i\sqrt{3}.$$

$$2\text{-мысал: } x^3 - 6x + 2 = 0$$

Шешуі:

$$x^3 + px = q$$

$$(a - b)^3 + 3ab(a - b) = a^3 - b^3$$

$$a - b = x; \quad 3ab = p; \quad a^3 - b^3 = q$$

$$(a - b)^3 + p(a - b) = q$$

$$x^3 - 6x = -2$$

$$p = -6 = 3ab$$

$$a = \frac{-2}{b}$$

$$q = -2 = a^3 - b^3$$

$$-2 = \left(-\frac{2}{b}\right)^3 - b^3$$

$$-2 = -\frac{8}{b^3} - b^3$$

$$2b^3 = 8 + b^6$$

$$b^6 - 2b^3 + 8 = 0$$

$$u = b^3$$

$$b^6 - 2b^3 + 8 = 0$$

$$(b^3)^2 - 2(b^3) + 8 = 0$$

$$u^2 - 2u + 8 = 0$$

$$u = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 32}}{2} = \frac{2 \pm 2i\sqrt{7}}{2} = 1 \pm i\sqrt{7}$$

$$b^3 = 1 \pm i\sqrt{7}$$

$$b = \sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}} \Rightarrow a = \frac{-2}{\sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}}}$$

$$x = a - b \Rightarrow x = -\frac{2}{\sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}}} - \sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}}$$

$$\text{Жауабы: } -\frac{2}{\sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}}} - \sqrt[3]{1 \pm i\sqrt{7}}.$$

$$3\text{-мысал: } x^3 - 15x^2 + 81x = 165$$

$$\text{Шешуі: } ax^3 + bx^2 + cx +$$

$$d = 0$$

$$x = y - \frac{b}{3a}$$

$$x = y - \frac{-15}{3 \cdot 1} = y + 5 \Rightarrow x = y + 5$$

$$x^3 - 15x^2 + 81x = 165$$

$$(y + 5)^3 - 15(y + 5)^2 + 81(y + 5) = 165$$

$$y^3 + 6y - 10 = 0$$

$$y^3 + py + q = 0$$

$$y = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$y = \sqrt[3]{5 + \sqrt{33}} - \sqrt[3]{-5 + \sqrt{33}} \quad x = y + 5 = \sqrt[3]{5 + \sqrt{33}} - \sqrt[3]{-5 + \sqrt{33}} + 5$$

Жауабы: $\sqrt[3]{5 + \sqrt{33}} - \sqrt[3]{-5 + \sqrt{33}} + 5$

4-мысал: $x^3 + 6x = 20$

Шешуі:

$$x^3 + px + q = 0$$

$$x^3 + 6x = 20$$

$$x^3 + 6x - 20 = 0$$

$$p = 6; \quad q = -20$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$= \sqrt[3]{-\frac{-20}{2} + \sqrt{\frac{(-20)^2}{4} + \frac{6^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{-20}{2} - \sqrt{\frac{(-20)^2}{4} + \frac{6^3}{27}}}$$

$$= \sqrt[3]{10 + \sqrt{108}} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}$$

Жауабы: $\sqrt[3]{10 + \sqrt{108}} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}$.

Алынған тақырыпты сараптай келе төмендегідей қорытындыларға келуге болады деп тұжырымдаймыз: Біз, ұсынып отырған мақалада, бүтін сандардың бөлінгіштігі» негізінде шешілетін күрделі мәтінді есептерді теориялық және практикалық тұрғыдан талдауға күш салдық. Әрине, бір мақала көлемінде мұндай ауқымды мәселе өз шешімін толық тауып кетеді деген ойдан біз аулақпыз және де ол мүмкін еместе. Дейтұрғанмен, осы талдаудың өзі біраз қорытынды тұжырымдар жасауға негіз болып отыр.

1. Элементар математиканың жанартылған бағдарламасы комплекс сандарды міндетті материал ретінде қарастырады. Ал бұл өз кезегінде үшінші дәрежелі теңдеулерді шешуді қарастыруға негіз болады.
2. Үшінші дәрежелі теңдеулерді шешу барысында цифрлық ресурстарды қолдану бұл мәселелер жайлы оқушылардың біліктілігінің берік болуына тікелей әсер етеді.

- 3 Үшінші дәрежелі тендеулерді шешу және оларды шешу жайлы тандау немесе қолданбалы курстар керек деп есептейміз.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

- 1 Қайыңбаев Ж.Т. Жаттығу, есеп ... «Математика және Физика журналы» №3, 2017. 2-4 б.
- 2 Ж.Т. Қайыңбаев. Үш объектінің қозғалысына байланысты күрделі мәтінді есептер. SDU Bulletin: Pedagogy and Teaching methods. 2020/2 (53).
- 3 Кулагин Е.Д. и др 3000 конкурсных задач по математике. – М., 2003. – 380 с.
- 4 Баженова Н.Г. Теория и методика решения текстовых задач: курсы по выбору для студентов специальности 050201 – Математика (Электронный ресурс): учеб.пособ./Н.Г.Баженова, И.Г.Одевцева. - 4-е изд., стер. - М.:Флинта, 2017. - 89 с.
- 5 [Гиндикин С. Г. Рассказы о физиках и математиках.](#) — издание третье, расширенное. — М.: [МЦНМО](#), 2001. — С. 8—42. — 448 с. — 5000 экз. — [ISBN 5-900916-83-9](#).
- 6 Гутер Р. С., Полунов Ю. Л. Джироламо Кардано. — М.: [Знание](#), 1980. — 192 с. — ([Творцы науки и техники](#)). — 100 000 экз.
- 7 Никифоровский В. А. Из истории алгебры XVI—XVII веков. — М.: [Наука](#), 1979. — С. 42—88. — 208 с. — (История науки и техники). — 45 000 экз.
- 8 [Бурбаки Н.](#) Очерки по истории математики = Elements d'histoire des mathematiques /Перевод: [Изабелла Башмакова](#). — М.: [Издательство иностранной литературы](#), 1963. - 294 с. - (Элементы математики).
- 9 Әбілқасымова. А.Е және басқалар. Алгебра және анализ бастамалары. 10,11-сынып. Жаратылыстану-математикалық бағыт. Алматы, 2014,2015 ж.
- 10 Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.Ә., Жұмабаев Р.Н. Алгебра және анализ бастамалары. 10-сынып. Жаратылыстану-математикалық бағыт. Алматы, Атамұра, 2019ж.